Расчет электрической дуги в канале в аксиальном магнитном поле

Урусова И. Р.[1], Урусова Т. Э.[2]

[1]*Урусова Индира Руслановна / Urusova Indira Ruslanovna - кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник;*
[2]*Урусова Толкун Эсеновна / Urusova Tolkun Esenovna - кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник,*
Институт физико-технических проблем и материаловедения,
Национальная академия наук Кыргызской Республики, г. Бишкек

Аннотация: *в рамках трехмерной нестационарной математической модели в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы выполнен расчет электрической дуги постоянного тока, горящей в канале во внешнем аксиальном магнитном поле. По результатам расчета получена винтовая форма столба дуги.*

Ключевые слова: *электрическая дуга, численное моделирование, трехмерная нестационарная математическая модель, внешнее магнитное поле, винтовая форма дуги.*

Введение. Известно, что цилиндрическая осевая симметрия протяженной электрической дуги при наложении внешнего аксиального магнитного поля (ВАМП) может нарушаться, и дуга принимает винтовую пространственную форму [1–3]. Принято считать, что причиной перехода столба дуги от цилиндрической формы к винтовой являются малые флуктуации параметров дуговой плазмы.

Экспериментальные и теоретические исследования винтовой формы дуги сравнительно немногочисленны, практически отсутствуют численные исследования в рамках трехмерных математических моделей. В связи с этим изучение физических процессов формирования винтовой формы дуги представляет определенный научный интерес.

Постановка задачи и математическая модель. В цилиндрическом канале длиной L, диаметром D в аргоне атмосферного давления горит электрическая дуга постоянного тока с межэлектродным расстоянием l. Условная схема расчетной области показана на рис.1. Катодом «–» и анодом «+» являются графитовые цилиндрические стержни с плоской токоведущей поверхностью. Внешнее аксиальное однородное магнитное поле $\boldsymbol{H}^x$ совпадает с направлением оси x декартовой системы координат x, y, z.

Нестационарная трехмерная система уравнений в приближении частичного локального термодинамического равновесия (ЧЛТР) плазмы может быть записана в следующем виде [4–6]:

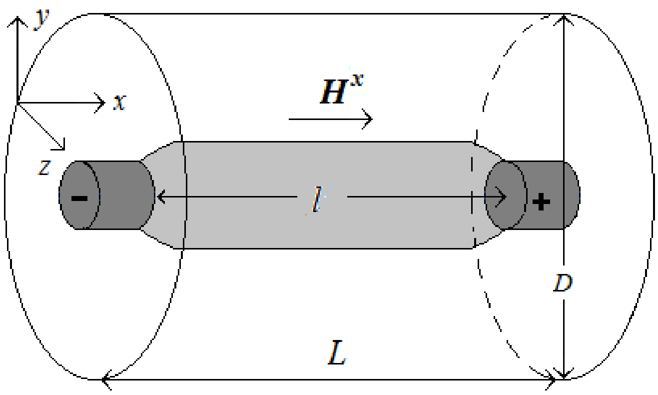

Рис. 1. Условная схема расчетной области дуги в канале во внешнем аксиальном магнитном поле $\mathbf{H}^x$

уравнение непрерывности газа тяжелых частиц:

$\partial\rho/\partial t + \mathrm{div}(\rho\mathbf{V}) = 0$ (1)

уравнение непрерывности газа электронов:

$\partial N_e/\partial t + \mathrm{div}(N_e\mathbf{V}_\mathbf{e})=R_e$ (2)

уравнение сохранения энергии газа электронов:

$\partial/\partial t(3/2kT_e+U_i)N_e+\mathrm{div}[(5/2kT_e+U_i)N_e\mathbf{V}_e] = \mathrm{div}(\lambda_e \mathrm{grad} T_e)+\mathbf{j}^2/\sigma-\psi-B(T_e-T)$ (3)

уравнение сохранения энергии газа тяжелых частиц:

$\partial/\partial t[3/2kT(N_i+N_a)] +\mathrm{div}[5/2kT(N_i+N_a)\mathbf{V})]=\mathrm{div}(\lambda \mathrm{grad} T)+B(T_e-T)$ (4)

уравнение баланса импульса газа вдоль осей координат x, y, z:

$\partial\rho u/\partial t + \mathrm{div}(\rho\mathbf{V}u) = \mathrm{div}(\mu \mathrm{grad} u) - \partial P/\partial x + \mu_0(\mathbf{j}\times\mathbf{H})_x + s_x+(\rho-\rho_\infty)\mathbf{g}$ (5)

$\partial\rho \text{м}.\partial \text{е} + \text{вшм}(\rho\mathbf{М}\text{м}) = \text{вшм}(\mu\text{пкфвм}) - \partial \text{З}.\partial \text{н} +\mu_0(\mathbf{о}\times\mathbf{Р})_\text{н} + \text{ы}_\text{н}$ (6)

$\partial\rho \text{ц}.\partial \text{е} + \text{вшм}(\rho\mathbf{М}\text{ц}) = \text{вшм}(\mu\text{пкфвц}) - \partial \text{З}.\partial \text{я}+\mu_0(\mathbf{о}\times\mathbf{Р})_\text{я} + \text{ы}$ (7)

уравнения Максвелла:

кще **У** = 0б кще **Р** = **об** вшм **Р** = 0б (8)

закон Ома в обобщенной форме:

μ_0 (**М**×**Р**) + **У** = **о.**σ + (μ_0 **о**×**Р**–пкфв $З_y$).$\breve{й}_y T_y$ (9)

закон парциальных давлений:

$$P/kT = N_i + N_a + N_e T_e / T. \quad (10)$$

При записи системы уравнений приняты обозначения: t – время, ρ – плотность дуговой плазмы, ρ_∞ – плотность окружающего холодного газа, λ_e – коэффициент теплопроводности газа электронов, λ – коэффициент теплопроводности газа, μ – коэффициент вязкости, σ – коэффициент электропроводности, ψ – коэффициент излучения, N_i, N_a, N_e – концентрация ионов, атомов и электронов, $R_e = (K_i N_e N_a - K_r N_e^2 N_i)$ – скорость генерации электронов, K_i – константа ударной ионизации, K_r – константа трехчастичной рекомбинации, U_i – ионизационный потенциал плазмообразующего газа, $P_e = N_e k T_e$ – парциальное давление электронного газа, k – постоянная Больцмана, B – коэффициент энергообмена между электронами и тяжелыми частицами (атомы, ионы) при соударениях, **g** – ускорение свободного падения, q_e – элементарный электрический заряд (электрона), μ_0 – магнитная константа, **V** – вектор скорости газа, **E**, **H**, **j** – соответственно векторы напряженности электрического поля, собственного магнитного поля и плотности тока, T – температура газа тяжелых частиц, T_e – температура электронного газа, P – давление, u, v, w – компоненты вектора скорости **V** в направлении осей x, y, z, $\mathbf{V_d} = \mathbf{j}/(q_e N_e)$ – вектор скорости дрейфа электронов, $\mathbf{V_t} = -D_a/T_e \mathrm{grad} T_e$ – вектор скорости термодиффузии, $\mathbf{V_a} = -D_a/N_e \mathrm{grad} N_e$ – вектор скорости амбиполярной диффузии, D_a – коэффициент амбиполярной диффузии, $\mathbf{V_e} = \mathbf{V} + \mathbf{V_d} + \mathbf{V_t} + \mathbf{V_a}$ суммарная скорость электронов, s_z, s_y, s_x – вязкие слагаемые.

Принято, что дуговая плазма является однократно ионизованной, квазинейтральной, течение ламинарное, дозвуковое, излучение объемное; вязкой диссипацией энергии, индукционными токами пренебрегается [4]. Приэлектродные процессы не рассматриваются. Коэффициенты переноса и свойства плазмы аргона являются функциями температуры электронов и тяжелых частиц и рассчитываются в соответствии с известной методикой [4].

Электромагнитная часть задачи решается с использованием скалярного потенциала электрического поля φ и векторного магнитного потенциала **A**. Используя известные соотношения $\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\varphi$, $\mathrm{rot}\mathbf{A} = \mathbf{H}$, закон Ома, закон неразрывности электрического тока $\mathrm{div}\mathbf{j} = 0$ и уравнения Максвелла, получим уравнения для расчета скалярного потенциала φ и компонент векторного потенциала A_z, A_y, A_x, которые имеют следующий вид:

$$\mathrm{div}(\sigma \mathrm{grad}\varphi) = \mathrm{div}[\sigma\mu_0 (\mathbf{V}\times\mathbf{H}) - \sigma(\mu_0 \mathbf{j}\times\mathbf{H} - \mathrm{grad}P_e)/q_e N_e], \quad (11)$$

$$\mathrm{div}(\mathrm{grad}A_x) = -j_x,\ \mathrm{div}(\mathrm{grad}A_y) = -j_y,\ \mathrm{div}(\mathrm{grad}A_z) = -j_z. \quad (12)$$

Отметим, что в работе [7] предложена математическая модель, которая позволяет описывать процессы в канале МГД-устройства с коническим осесимметричным каналом, не прибегая при этом к решению сложных дифференциальных уравнений.

Исходная система уравнений (1–12) для рассчитываемых переменных после несложных преобразований может быть записана согласно известной методике [8] в виде обобщенного дифференциального уравнения:

$$\partial\alpha\rho\Phi/\partial t + \mathrm{div}(\beta\rho\mathbf{V}\Phi) = \mathrm{div}(\gamma \mathrm{grad}\Phi) + \delta \quad (13)$$

где Φ – одна из переменных: A_z, A_y, A_x, φ, w, v, u, T_a^k, T, T_e, N_e, коэффициенты α, β, γ, δ зависят от смысла переменной Φ.

Дискретизация нестационарного обобщенного дифференциального уравнения (13) проводится по неявной разностной схеме методом контрольного объема [8], численное решение конечно-разностного аналога проводится методом Зейделя-Гаусса с применением нижней релаксации. Используется метод фиктивных областей [9], адаптированный для расчета характеристик электрической дуги [10].

Граничные и начальные условия. Во входном и выходном круговых сечениях канала (см. рис.1) для расчетных характеристик дуги задаются условия $\partial\Phi/\partial x = 0$ гладкого сопряжения с внешней средой. Потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия протекания тока по нормали к токоведущим торцевым поверхностям электродов.

Значения температуры и концентрации электронов равны значениям температуры $T_e^{\min}$ и концентрации $N_e^{\min}$ «холодного» не ионизованного газа: $T_e = T_e^{\min} = 3$ кК, $N_e = N_e^{\min} = 10^{17}$ м$^{-3}$.

На боковой поверхности канала течение электрического тока отсутствует, скорость газа равна нулю, температура полагается равной 500 К. Температура и концентрации электронов равны $T_e = T_e^{\min}$, $N_e = N_e^{\min}$.

При постановке начальных условий при $t = 0$ полагается, что между электродами существует токопроводящая высокотемпературная ($T = 10$ кК) зона в форме цилиндра с неподвижным газом.

Обсуждение результатов. Выполнен расчет дуги силой тока $I = 40$ А, длиной $l = 10$ см в канале длиной $L = 12$ см и диаметром $D = 10$ мм. Величина ВАМП равна $\boldsymbol{H}^x = 6$ кА/м. Сеточный шаг разностной задачи в направлениях осей x, y, z одинаковый $\Delta = 0{,}5$ мм, временной шаг $\tau = 10^{-4}$ с.

На рис. 2*а* приведена эволюция расчетных распределений температуры дуги в вертикальном среднем сечении X–Y при z/2 (качественно такие же расчетные распределения наблюдаются в вертикальном среднем сечении X–Z при y/2). Укажем, что в течение первых 100 мс после инициировании разряда, численный расчет характеристик дуги проводится без ВАМП.

В дальнейшем, при наложении ВАМП, на интервале времени примерно 100 ÷ 280 мс наблюдается переход от цилиндрической формы столба дуги к винтовой форме. С момента времени $t > 300$ мс изменения характеристик и формы столба дуги не значительны, и к моменту $t = 400$ мс численный расчет был остановлен. Обращает на себя внимание, что винтовые возмущения зарождаются вблизи анода «+» и распространяются с течением времени в сторону катода «–». Причины этого требуют дополнительных исследований. Следует сказать, что физика процессов, обусловливающих винтовую форму столба дуги, является достаточно сложной и до конца не изученной [1– 3].

В канале наблюдается система вихрей, скалярное поле скорости газа, определяемое по формуле $V = \sqrt{u^2 + v^2}$, показано на рис. 3*б*. Отметим, что в отсутствие осевой симметрии протекающих процессов характер течения дуговой плазмы является достаточно сложным, и без трехмерной графики представить общую картину течения весьма затруднительно.

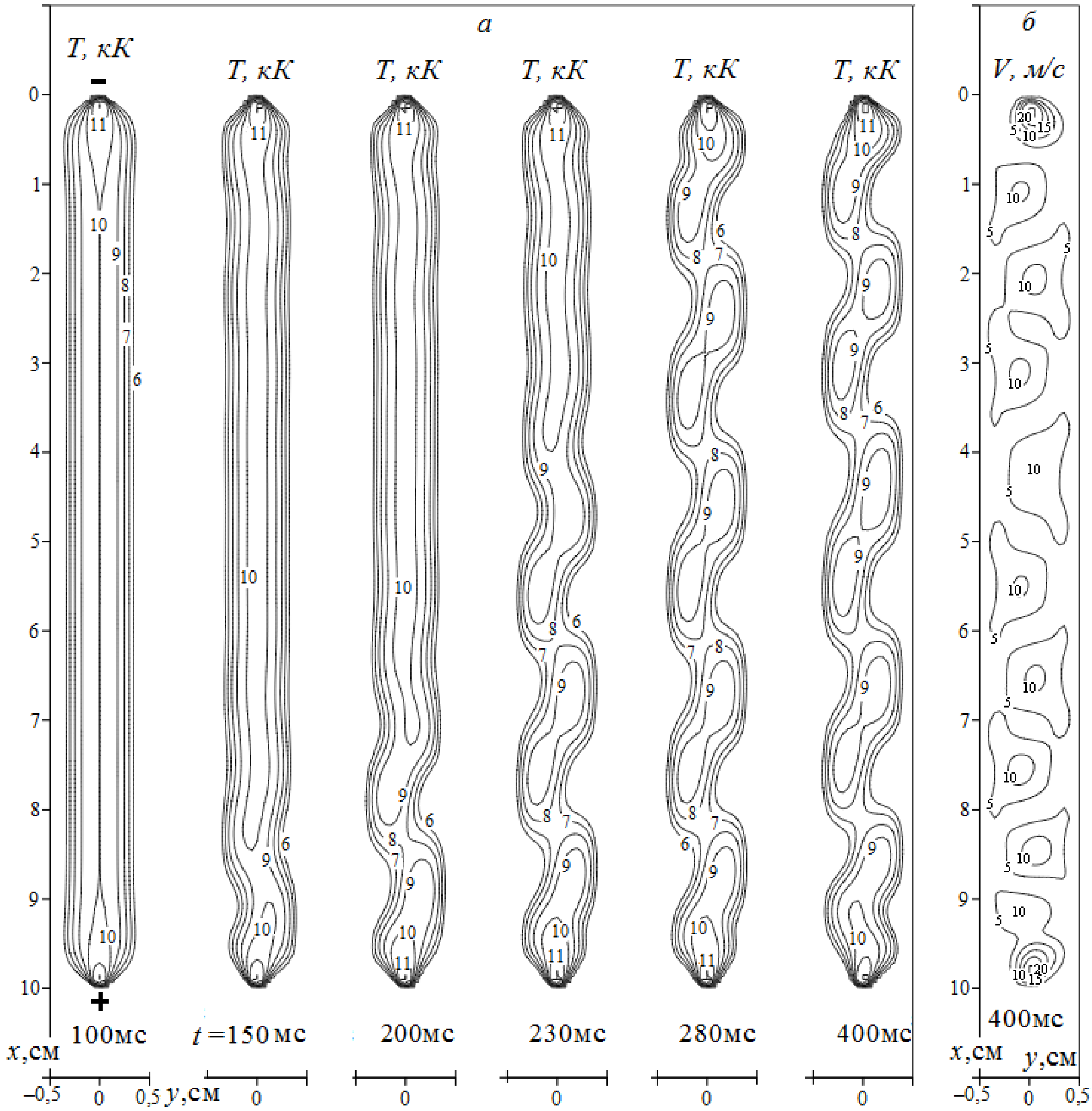

Рис. 2. Распределения температуры газа T и скалярного поля скорости газа V в различные моменты времени t. I = 40 А, l = 10 см, $\mathbf{H}^x$ *= 6 кА/м.*

Заключение. В рамках нестационарной трехмерной математической модели в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы численно реализована винтовая форма электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле, горящая в цилиндрическом канале. Результаты численного расчета удовлетворительно согласуются с результатами эксперимента [3]. Предложенная математическая модель может быть использована в исследовании причин, обусловливающих переход от цилиндрической формы столба дуги к винтовой форме при наличии ВАМП.

Литература

1. *Maecker H.* Principles of arc motion and displacement, Proc. IEEE, 1971, Vol. 59, No. 4, P. 439–449.
2. *Ментель Ю.* Магнитная неустойчивость электрической дуги // Теория электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена. Новосибирск. Наука, Сибирское отделение, 1977. С. 182–204.
3. *Асиновский Э. И., Кузьмин А. К., Пахомов Е. П.* Измерение геометрических параметров винтовой дуги // М.: Теплофизика высоких температур, 1980. т. 18. № 1. С. 9-15.
4. *Энгельшт В. С., Гурович В. Ц., Десятков Г. А. и др*. Низкотемпературная плазма, т. 1. Теория столба электрической дуги. Новосибирск: Наука, 1990. 374 с.
5. *Чередниченко В. С., Аньшаков А. С., Кузьмин М. Г.* Плазменные электротехнологические установки. Новосибирск: НГТУ, 2005. 508 с.
6. *Урусов Р. М., Урусова, И. Р.* Нестационарная трехмерная модель электрической дуги, ч. 1. Математическая модель и результаты тестирования // Теплофизика и аэромеханика, 2014. т. 21, № 1. С. 121–134.
7. *Хайруллин И. Х., Камалов Ф. А.* Математическое моделирование процессов в канале МГД-устройства с коническим осесимметричным каналом // Инженерный вестник Дона, 2012, № 4, [Электронный ресурс]. Режим доступа: URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1444.
8. *Patankar S. V.* Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publ. Corp., New York, 1980.
9. *Смагулов Ш., Сироченко В. П., Орунханов М. К.* Численное исследование течений жидкости в нерегулярных областях. Алматы, 2001. 276 с.
10. *Урусов Р. М., Урусова Т. Э.* Применение метода фиктивных областей для расчета характеристик электрической дуги // М.: Теплофизика высоких температур, 2004. т. 42. № 3. С. 374–382.