

Расчёт модуля упругости (Юнга) Земли Акопов В. В.

*Акопов Вачакан Ваграмович / Akorov Vachakan Vagramovich – учитель физики,
муниципальное образовательное учреждение
Средняя общеобразовательная школа № 6, село Полтавское, Курский район, Ставропольский край*

Аннотация: численные значения модуля упругости Земли и её частей, полученные расчётным путём, можно использовать при теоретических геофизических исследованиях Земли.

Ключевые слова: модуль упругости, Земля, масса, земельная кора, мантия, ядро.

Упругостью называются свойства тел восстанавливать свои размеры, форму и объём после прекращения действия внешних сил, вызывающих деформацию. Модуль упругости – это способность тела деформироваться при воздействии на него силы или же давления. Следует учитывать, что деформация в данном случае должна быть только упругой [1, с. 184].

В настоящее время модуль Юнга считается одним из основных фундаментальных понятий, которое применяется в инженерном деле.

Как известно, в Международной системе СИ:

$$[E] = \frac{H}{M^2} = Pa \text{ (паскаль)}.$$

По геофизическим данным Земля разделяется на три основные области: кору, оболочку и ядро. Под корой понимают верхний слой Земли, имеющий толщину до 33 км. Оболочка или, как часто говорят геологи, мантия Земли - на глубине от 33 км до 2900 км. Ядро представляет собой центральную часть Земли - на глубине от 2900 км до центра. Из всей массы Земли кора составляет менее 1 %, мантия – около 67 %, ядро – около 32 % [2, с. 8].

Известно, что Земля состоит из различных веществ. Модуль упругости всех веществ различен, и они обладают различными механическими свойствами.

Реально модуль упругости Земли и его частей неизвестен. Однако его сравнивают с модулем упругости стали – 210 ГПа. Попробуем расчётным путём его вычислить.

Принимается, что химический состав Земли близок к среднему составу метеоритов. На основании космических и экспериментальных данных средний химический состав Земли и его частей, по данным различных авторов, представлен в таблице 1.

Таблица 1. Средний химический состав Земли и его частей, модуля упругости (Юнга) химических элементов

№ п/п	Наименование химических элементов	Модуль Юнга, E, ГПа	Химический состав (продукт от общей массы)			
			земной коры	мантии	ядра	Земли
1.	Железо	186	4,2	12	82	34,59
2.	Никель	210	0,008	0,2	6,9	2,39
3.	Кобальт	210	0,004	0,02	0,36	0,13
4.	Кислород	70	49,13	41,27	4,1	29,25
5.	Кремний	109	29	19,8	3,36	14,51
6.	Магний	44	2,35	21,4	–	14,37
7.	Кальций	2	3,6	2,2	–	1,49
8.	Алюминий	68	8,8	2,2	–	1,52
9.	Сера	8	–	–	2,1	0,68
10.	Натрий	5,3	2,64	0,62	0,45	0,57
11.	Марганец	19,5	–	–	0,38	0,12
12.	Хром	300	–	–	0,35	0,11
13.	Титан	120	0,14	0,29	–	0,2
14.	Водород	30	0,13	–	–	–
	Итого:	–	100	100	100	99,93

Для нахождения модуля упругости Земли и его частей составим уравнение:

$$E \cdot M = E_1 \cdot m_1 + E_2 \cdot m_2 + \dots + E_n \cdot m_n,$$

$$\text{отсюда } E = \frac{E_1 \cdot m_1 + E_2 \cdot m_2 + \dots + E_n \cdot m_n}{M}, \quad (1)$$

где E – модуль упругости (Юнга) Земли и его частей,

M – масса Земли и его частей,
 m – масса химического элемента.
 Учитывая, что

$$m = k \cdot M, \quad (2)$$

где k – доля от общей массы Земли и её частей.

Используя выражения (1) и (2), будем иметь:

$$E = \frac{E_1 \cdot k_1 \cdot M + E_2 \cdot k_2 \cdot M + \dots + E_n \cdot k_n \cdot M}{M} \quad \text{или}$$

$$E = E_1 \cdot k_1 + E_2 \cdot k_2 + \dots + E_n \cdot k_n, \quad (3)$$

Используя выражение (3) и численные значения физических величин из таблицы 1, рассчитаем модуль упругости (Юнга):

а) Земной коры:

$$E_{з.к.} = 186 \cdot 0,042 + 210 \cdot 0,00008 + 210 \cdot 0,00004 + 70 \cdot 0,4913 + 109 \cdot 0,29 + 44 \cdot 0,0235 + 2 \cdot 0,036 + 68 \cdot 0,088 + 5,3 \cdot 0,0264 + 120 \cdot 0,0014 + 30 \cdot 0,0013 = 7,812 + 0,0168 + 0,0084 + 34,391 + 31,61 + 1,034 + 0,072 + 5,984 + 0,14 + 0,168 + 0,039 \approx 81,3 \text{ ГПа.}$$

Таким образом, модуль Юнга земной коры составляет 81,3 ГПа.

б) Мантии Земли:

$$E_m = 186 \cdot 0,12 + 210 \cdot 0,002 + 210 \cdot 0,0002 + 70 \cdot 0,4127 + 109 \cdot 0,198 + 44 \cdot 0,214 + 2 \cdot 0,022 + 68 \cdot 0,022 + 5,3 \cdot 0,0062 + 120 \cdot 0,0029 = 22,32 + 0,42 + 0,042 + 28,889 + 21,582 + 9,416 + 0,044 + 1,496 + 0,0329 + 0,348 \approx 84,6 \text{ ГПа.}$$

Таким образом, модуль Юнга мантии Земли составляет 84,6 ГПа.

в) Ядра Земли:

По геофизическим данным, ядро Земли состоит из двух частей:

- 1) внутреннее ядро, которое находится в кристаллическом состоянии;
- 2) внешнее ядро, которое находится в жидком (расплавленном) состоянии.

Из всей массы Земли ($5,98 \cdot 10^{24}$ кг) внутреннее (твёрдое) ядро составляет 17 % или $0,102 \cdot 10^{24}$ кг, а внешнее (жидкое) ядро составляет 30,64 % или $1,832 \cdot 10^{24}$ кг, тогда масса ядра – $1,934 \cdot 10^{24}$ кг.

Полученные данные внесём в таблицу 2.

Таблица 2. Масса ядра Земли и его частей

Масса M , $\cdot 10^{24}$ кг		
ядро Земли	внутреннее ядро	внешнее ядро
1,934	0,102	1,832

Внутреннее ядро Земли по химическому составу отличается от внешнего ядра. Используя данные таблиц 1 и 2, рассчитаем химический состав внутреннего и внешнего ядра.

Для этого составим пропорцию (для железа):

а) для внутреннего ядра:

$$x = \frac{0,102 \cdot 82\%}{1,934} = 4,32\% ;$$

б) для внешнего ядра:

$$y = 82\% - 4,32\% = 77,68\% .$$

Аналогично рассчитаем процентное содержание и для остальных химических элементов ядра и занесём в таблицу 3.

Таблица 3. Химический состав ядра Земли и его частей

Наименование	Единица измерения	Наименование химических элементов									Всего
		железо	никель	кобальт	кислород	кремний	сера	натрий	марганец	хром	
Ядро Земли	%	82	6,9	0,36	4,1	3,36	2,1	0,45	0,38	0,35	100
Внутреннее ядро	%	4,32	0,36	0,02	0,2	0,18	0,11	0,02	0,02	0,02	5,25
Внешнее ядро	%	77,68	6,54	0,34	3,9	3,18	1,99	0,43	0,36	0,33	94,75

По данным различных авторов, модуль Юнга в жидкости значительно уменьшается. Так, с повышением температуры плавления от нуля Кельвин до температуры плавления, значения модулей упругости металлов и сплавов снижаются в 2–2,5 раза. Для расчёта примем уменьшение усреднённым –2,25 раза и результаты занесём в таблицу 4.

Таблица 4. Усредненное значение модуля Юнга химических элементов ядра Земли и его частей

наименование	модуль Юнга	единица измерения	железо	никель	кобальт	кислород	кремний	сера	натрий	марганец	хром
внутреннее ядро	$E, \cdot 10^9$	Па	186	210	210	70	109	8	5,3	19,5	300
внешнее ядро	$E, \cdot 10^9$	Па	83	93	93	31	48	4	2,4	8,7	133

Рассчитаем модуль упругости (Юнга) ядра Земли, используя данные из таблиц 3 и 4:

а) для внутреннего ядра:

$$E_{\text{внут}} = 186 \cdot 0,0432 + 210 \cdot 0,0036 + 210 \cdot 0,0002 + 70 \cdot 0,002 + 109 \cdot 0,0018 + 0,0011 \cdot 8 + 5,3 \cdot 0,0002 + 19,5 \cdot 0,0002 + 300 \cdot 0,0002 = 8,0352 + 0,756 + 0,042 + 0,14 + 0,1962 + 0,0088 + 0,00106 + 0,0039 + 0,06 \approx 9,24 \text{ ГПа.}$$

а) для внешнего ядра:

$$E_{\text{внеш}} = 83 \cdot 0,7768 + 93 \cdot 0,0654 + 93 \cdot 0,0034 + 31 \cdot 0,039 + 48 \cdot 0,0318 + 4 \cdot 0,0199 + 2,4 \cdot 0,0043 + 0,0036 \cdot 8,7 + 133 \cdot 0,0033 = 64,4744 + 6,0822 + 0,3162 + 1,209 + 1,5264 + 0,0796 + 0,01032 + 0,03132 + 0,4389 \approx 74,17 \text{ ГПа.}$$

Для нахождения модуля упругости Земли и её ядра воспользуемся выражением (1), вычисленными значениями физических величин и таблицей 2:

$$E_3 = \frac{81,3 \cdot 0,028 + 84,6 \cdot 4,013 + 70,7 \cdot 1,934}{5,98} \approx 80 \text{ ГПа.}$$

$$E_я = \frac{9,24 \cdot 0,102 + 74,17 \cdot 1,882}{1,934} \approx 72,7 \text{ ГПа.}$$

Таким образом, модуль упругости (Юнга) Земли составляет 80 ГПа, а модуль упругости ядра Земли – 72,7 ГПа.

Вычисленные значения модулей упругости Земли и её частей занесём в таблицу 5:

Таблица 5. Модуль упругости (Юнга) Земли и его частей

Модуль упругости (Юнга) E , ГПа			
Земля	земная кора	мантия	ядро
80	81,3	84,6	72,7

Литература

1. Яворский Б. М., Селезнёв Ю. А. «Справочное руководство по физике». Москва. 1995.
2. Темко С. В., Соловьёв Г. А., Милактьев В. П. Физика раскрывает тайны Земли. // Москва. 1976.