

**Математическая модель определения технологического способа добычи,  
переработки и транспортировки угля  
Жусупбаев А.<sup>1</sup>, Асанкулова М.<sup>2</sup>, Султанкул кызы А.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Жусупбаев Амангельди / Jusupbaev Amangeldi - доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией;

<sup>2</sup>Асанкулова Майрам / Asankulova Mayram - кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник,  
лаборатория экономико-математических методов,

Институт теоретической и прикладной математики

Национальная Академия наук Кыргызской Республики;

<sup>3</sup>Султанкул кызы Айнура / Sultankul kuzu Ainura - старший преподаватель,

Кыргызский национальный университет им. Ж. Баласагына, г. Бишкек, Кыргызская Республика

**Аннотация:** Сформулирована математическая модель оптимизации размещения добычи и переработки угля. В задаче определяется технологический способ добычи и переработки угля по каждому месторождению. Для каждого способа переработки на предприятиях будем считать известным удельный выход продуктов переработки из единицы веса рядового угля. Метод расчета продемонстрирован на числовом примере.

**Ключевые слова:** математическая модель, объем добычи, затраты, предприятия, минимум, угледобывающее предприятие.

УДК 330.44

519.86

**Постановка задачи.** Пусть в составе ассоциации угольной промышленности имеется  $m$  угледобывающих предприятий (месторождений)  $A_i, i=1, 2, \dots, m$ . Объем добычи угля каждого  $A_i, i=1, 2, \dots, m$ , за планируемый период зависит от используемого технологического способа добычи в этом предприятии. Добытый уголь может быть переработан в этом же предприятии (обогащение, сортировка, брикетирование и т.д.,  $t=1, 2, \dots, T-1$  – продукты переработки;  $T$ - рядовой уголь. Рядовой уголь – это уголь, добытый на месторождении, но без переработки).

Часть добытого рядового угля в предприятиях  $A_i, i=1, 2, \dots, m$  может быть направлена на переработку. Продукт переработанного угля и рядовой уголь распределяются между потребителями. Для каждого способа переработки на предприятиях ассоциации предполагается известным удельные выходы продуктов переработки из единицы объема рядового угля.

Кроме этого, известны: спрос потребителей на рядовой уголь и на его продукты переработки, затраты на добычу рядового угля в зависимости от технологического способа на каждом угледобывающем предприятии, затраты на переработку единицы веса рядового угля в зависимости от способа переработки, затраты на транспортировку единицы веса рядового угля и продуктов переработки от каждого угледобывающего предприятия до потребителей.

Требуется определить технологический способ добычи каждого угледобывающего предприятия и соответствующий объем добычи угля, а также объем угля направляемый на переработку и соответствующий способ переработки, при которых суммарные затраты на добычу угля, переработку и транспортировку были бы минимальными.

Сформулируем математическую модель задачи. Введем следующее обозначение:

$i$  - индекс угледобывающих предприятий,  $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ ;  $t$  - индекс продукта переработки угля  $t = 1, 2, \dots, T-1$ ;  $T$ - рядовой уголь;  $f$  - индекс способа переработки угля,  $f \in F = \{1, 2, \dots, \bar{F}\}$ ;  $r$ -индекс районов потребления,  $r \in R = \{1, 2, \dots, \bar{R}\}$ ;  $k$ - индекс технологии добычи угля,  $k \in K = \{1, 2, \dots, P\}$ .

**Известные параметры:**

$b_{iTk}$ - объем добываемого рядового угля по  $k$ -ой технологии за планируемый период на  $i$ -м предприятии;  $i \in I, k \in K$ ;  $\alpha_{itf}$  – выход  $t$ -го вида продукта переработки на  $i$ -ом предприятии из единицы веса рядового угля по способу  $f$ ,  $f \in F$ ;  $b_{tr}$  – суммарные потребности в  $t$ -м продукте переработки угля для потребителей района  $r$ ,  $r \in R$ ;  $c_{iTk}$ – затраты на добычу рядового угля в  $i$ -м предприятии, соответствующему объему добычи  $b_{iTk}$ ;  $i \in I, k \in K$ ;  $\bar{c}_{itf}$  - затраты на переработку единицу веса рядового угля  $f$ -м способом переработки на  $i$ -м предприятии,  $i \in I, f \in F$ ;  $\tilde{c}_{irr}$  - затраты на транспортировку единицы веса рядового угля и продукта его переработки от  $i$ -го предприятия до  $r$ -го района потребления,  $r \in R$ .

**Искомые переменные:**

$z_{iTk}$  – интенсивность использования  $k$ -й технологии добычи рядового угля на  $i$ -м предприятии,  $i \in I, k \in K$ ;  $x_{itf}$  – объем рядового угля перерабатываемый  $f$ -м способом на  $i$ -м предприятии,  $i \in I, f \in F$ ;

$x_{itr}$  - объем рядового угля и его продукции после переработки, отправляемый в  $r$ -й район из  $i$ -го предприятия,  $i \in I, r \in R, t = 1, 2, \dots, T$ ;

В соответствии с принятыми обозначениями задача определения технологического способа добычи и переработки угля по критерию минимума суммарных затрат запишется следующим образом.

Найти минимум:

$$L(x, z) = \sum_{i \in I} [\sum_{k \in K} c_{iTk} z_{iTk} + \sum_{f \in F} \bar{c}_{if} x_{if} + \sum_{t=1}^T \sum_{r \in R} \bar{c}_{itr} x_{itr}] \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{k \in K} b_{iTk} z_{iTk} = \sum_{f \in F} x_{if} + \sum_{r \in R} x_{itr}, i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{f \in F} \alpha_{if} x_{if} = \sum_{r \in R} x_{itr}, i \in I, t = 1, 2, \dots, T-1, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} x_{itr} = b_{tr}, t = 1, 2, \dots, T, r \in R, \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} z_{iTk} = 1, i \in I, \quad (5)$$

$$x_{if} \geq 0, x_{itr} \geq 0, i \in I, f \in F, r \in R, \quad (6)$$

$$x_{itr} \geq 0, i \in I, r \in R, t = 1, 2, \dots, T, \quad (7)$$

$$\text{где } x = \left| x_{if} \right|_{m, R}, t = 1, 2, \dots, T, z = \left| z_{iTk} \right|_{m, P}$$

Сформулированная задача (1) - (7) является экономико-математической моделью задачи определения технологического способа добычи, переработки и транспортировки угля. Решив задачу, определим:

- объем добычи рядового угля в зависимости от технологического способа добычи на месторождении.
- схему распределения рядового угля и продуктов его переработки между районами потребления, т.е. зону влияния каждого месторождения.

Приведем числовой пример.

Пример. Пусть имеется три возможных пункта добычи и переработки угля. Каждое предприятие имеет возможность использовать для добычи угля один из двух технологических способов ( $\kappa = 2$ ), и один из способов переработки угля ( $f = 2$ ). В результате которого получается два вида продукции угля ( $t = 2$ ).

Известны: для (месторождения угля) добывающих предприятий:

- объем добычи рядового угля по каждой технологии, ( $\kappa=1,2$ ),

$$\left| b_{iTk} \right|_{3,2} = \begin{pmatrix} 400 & 500 \\ 700 & 800 \\ 950 & 1000 \end{pmatrix};$$

- доля выхода продуктов переработки из единицы веса рядового угля по каждому способу, ( $f = 1,2$ ),

$$\left| \alpha_{if} \right|_{2,2} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,7 \\ 0,5 & 0,3 \end{pmatrix}; \left| \alpha_{2if} \right|_{2,2} = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,7 \\ 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}; \left| \alpha_{3if} \right|_{2,2} = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,8 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

Для районов (потребителей) известны:

- объем потребности по каждому виду продукта переработки угля:

$$\left| b_{tr} \right|_{2,3} = \begin{pmatrix} 130 & 180 & 200 \\ 75 & 100 & 125 \end{pmatrix},$$

- объем потребности по рядовому углю:

$$\left| b_{Tr} \right|_{1,3} = (140 \ 180 \ 180).$$

Кроме этого по каждому месторождению известны затраты на добычу рядового угля в соответствии с объемом  $b_{iTk}$

$$|c_{iTK}|_{3,2} = \begin{pmatrix} 12000 & 15000 \\ 17500 & 20000 \\ 19000 & 20000 \end{pmatrix};$$

- затраты на переработку единицы веса рядового угля  $f$ -м способом:

$$|\bar{c}_{iTf}|_{3,2} = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ 10 & 11 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}; \text{ а также}$$

- транспортные затраты на перевозку единицы объема угля, от угледобывающих предприятий до районов – потребителей:

$$|\tilde{c}_{itr}|_{3,3}, t = 1, 2, \dots, T = \begin{pmatrix} 100 & 150 & 80 \\ 120 & 150 & 100 \\ 120 & 80 & 100 \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что транспортные затраты на перевозку рядового угля и продуктов его переработки одинаковы.

Требуется определить оптимальные объемы добычи и переработки угля по каждому месторождению, схему распределения рядового угля и продуктов его переработки между районами потребления так, чтобы суммарные затраты на добычу, переработку и перевозки были минимальными.

В соответствии с известными данными математическая модель задачи может быть записана в следующем виде.

Найти минимум

$$\begin{aligned} l(x, z) = & 1200z_{1T1} + 15000z_{1T2} + 17500z_{2T1} + 20000z_{2T2} + 19000z_{3T1} + 20000z_{3T2} \\ & + 9x_{1T1} + 11x_{1T2} + 10x_{2T1} + 11x_{2T2} + 10x_{3T1} + 11x_{3T2} + \\ & 100x_{111} + 150x_{112} + 80x_{113} + 120x_{211} + 150x_{212} + 100x_{213} + 120x_{311} + 80x_{312} + 100x_{313} \\ & + 100x_{121} + 150x_{122} + 80x_{123} + \\ & 120x_{221} + 151x_{222} + 100x_{223} + 120x_{321} + 80x_{322} + 100x_{323} + \\ & 100x_{1T1} + 150x_{1T2} + 80x_{1T3} + 120x_{2T1} + 150x_{2T2} + 100x_{2T3} + \\ & 120x_{3T1} + 80x_{3T2} + 100x_{3T3} \end{aligned} \quad (8)$$

при условиях

$$\begin{aligned} 400z_{1T1} + 500z_{1T2} & \geq \sum_{f=1}^2 x_{1Tf} + \sum_{r=1}^4 x_{1Tr}, \\ 700z_{2T1} + 800z_{2T2} & \geq \sum_{f=1}^2 x_{2Tf} + \sum_{r=1}^4 x_{2Tr}, \\ 950z_{3T1} + 100z_{3T2} & \geq \sum_{f=1}^2 x_{3Tf} + \sum_{r=1}^4 x_{3Tr}, \quad (9) \\ 0,5x_{1T1} + 0,7x_{1T2} & = \sum_{r=1}^3 x_{11r}, \\ 0,5x_{1T1} + 0,3x_{1T2} & = \sum_{r=1}^3 x_{12r}, \\ 0,6x_{2T1} + 0,7x_{2T2} & = \sum_{r=1}^3 x_{21r}, \\ 0,4x_{2T1} + 0,3x_{2T2} & = \sum_{r=1}^3 x_{22r}, \end{aligned}$$

$$0,7x_{3T1} + 0,8x_{3T2} = \sum_{r=1}^3 x_{31r},$$

$$0,3x_{3T1} + 0,2x_{3T2} = \sum_{r=1}^3 x_{32r}, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{i11} = 130, \quad \sum_{i=1}^3 x_{i12} = 180, \quad \sum_{i=1}^3 x_{i13} = 200,$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{i21} = 75, \quad \sum_{i=1}^3 x_{i22} = 100, \quad \sum_{i=1}^3 x_{i23} = 125,$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{iT1} = 140, \quad \sum_{i=1}^3 x_{iT2} = 180, \quad \sum_{i=1}^3 x_{iT3} = 180, \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^2 z_{iTK} = 1, \quad \sum_{k=1}^2 z_{2TK} = 1, \quad \sum_{k=1}^2 z_{3TK} = 1, \quad (12)$$

$$x_{if} \geq 0, \quad x_{ir} \geq 0 \quad i=1,2,3, \quad f=1,2, \quad r=1,2,3, \quad (13)$$

$$x_{it} \geq 0, \quad i=1,2,3, \quad t=1,2,T, \quad r=1,2,3. \quad (14)$$

Решив задачу (8) - (14) способом, приведенным в [1], определим технологию добычи по каждому месторождению и объем добываемого рядового угля:

$$z_{iTK} = \{z_{1TK}, z_{2TK}, z_{3TK}\} = \{z_{1T1} = 1, z_{2T1} = 1, z_{3T1} = 1\},$$

- объем рядового угля, направляемого на переработку каждым предприятием

$$x_{if} = \{x_{1T1} = 285, x_{1T2} = 0, x_{3T1} = 525, x_{3T2} = 0, x_{2T1} = 0, x_{2T2} = 0\},$$

- объем рядового угля и продуктов переработки, поставляемый угледобывающими предприятиями на каждый район – потребления:

$$x_{ir} = \{x_{113} = 142.5, x_{311} = 130, x_{312} = 180, x_{313} = 57.5, x_{121} = 17.5, x_{123} = 125, x_{321} = 57.5,$$

$$x_{322} = 100, x_{1T3} = 115, x_{2T1} = 140, x_{2T3} = 65, x_{3T2} = 180\}.$$

При этом суммарные затраты составляют:

$$l(x, z) = 177015 \text{ ед. стоимости.}$$

Из решения задачи следует, что все угледобывающие предприятия используют при добыче угля первую технологию добычи. При этом объем добычи рядового угля в первом угледобывающем предприятии соответствует 400 тыс. единиц веса, во втором - 700 тыс. единиц веса, а в третьем - 950 тыс. единиц веса.

Далее, первое угледобывающее предприятие из 400 тыс. единиц веса добытого рядового угля 285 тыс. единиц веса направляет на переработку, а 115 тыс. единиц веса рядового угля направляет районам для обеспечения их потребностей.

Во втором угледобывающем предприятии уголь не перерабатывается, а добытый уголь будет отправлен районам - потребителям.

Третье угледобывающее предприятие из 950 тыс. единиц веса добытого рядового угля 525 тыс. единиц веса направляет районам потребителям для обеспечения их потребности.

Имеются не использованные объемы рядовых углей у второго угледобывающего предприятия в объеме 495 тыс. единиц веса, а у третьего предприятия - 245 тыс. единиц веса.

### Литература

1. Асанкулова М., Жусупбаев А. Оптимизация добычи и распределения сырья между потребителями в зависимости от периода // Проблемы современной науки и образования, 2016. № 4 (46). С. 7-12.