

Расчет на прочность и устойчивость ребристой полой оболочки с учетом геометрической нелинейности

Тулегенова О. Е.

*Тулегенова Орынша Елеусизовна / Tulegenova Orynsha Eleusizovna – ассистент профессора,
факультет общего строительства,
Казахская головная архитектурно-строительная академия, г. Алматы, Республика Казахстан*

Аннотация: в работе дана оценка влияния геометрической нелинейности на напряженно-деформированное состояние, как в самой оболочке, так и в ребрах жесткости. Представлены результаты расчета на устойчивость равновесного состояния.

Ключевые слова: геометрическая нелинейность, усилия, перемещения, упругая полая железобетонная оболочка.

Практика показала, что учет геометрической нелинейности для тонкостенных конструкций типа оболочек покрытий приводит к существенным изменениям их напряженно-деформированного состояния [1-3], которые могут привести к ослаблению их несущей способности и потере устойчивости равновесного состояния.

В данной работе исследуется влияние геометрической нелинейности на прочность и устойчивость полой железобетонной оболочки покрытия. Геометрическая нелинейность для полой оболочки выражается нелинейными членами в выражениях для деформаций, компоненты деформации срединной поверхности для гибкой оболочки имеют следующий вид [1]:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} - k_1 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - k_2 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (1)$$

где u, v, w - перемещения точек срединной поверхности оболочки в направлении осей X, Y, Z , k_1, k_2 - главные кривизны.

Экспериментальные и теоретические исследования тонкостенных конструкций указывают на значительное влияние эффекта поперечных сдвигов на напряженно-деформированное состояние и устойчивость изотропных оболочек. При больших перемещениях в условиях нелинейной упругости влияние поперечных сдвигов возрастает [1-2], в особенности для длинных оболочек покрытий. Деформации поперечных сдвигов для полой оболочки постоянной толщины можно представить в виде:

$$\gamma_{13} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{23} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2)$$

Для практических расчетов приближенно сдвиговые деформации можно представить в виде степенных функций по толщине оболочек.

С учетом нелинейности основные уравнения теории пологих оболочек имеют вид [1]:

$$\Delta_x^2 \varphi + D \Delta^2 \Delta^2 w = - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + P_3 + \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}$$

$$\frac{1}{E} \Delta^2 \Delta^2 \varphi - \Delta^2_k w = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad (3)$$

где $\Delta^2_l = \frac{\partial}{\partial x} (k_2 \frac{\partial}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_1 \frac{\partial}{\partial y})$, m_x, m_y – внешние моменты, φ - функция напряжения, k_1, k_2 -

кривизны срединной поверхности, P_3 – нормальная внешняя нагрузка. В этих уравнениях внешние касательные усилия не учитываются, учитываются только создаваемые ими моменты.

Постановка задачи: Рассматривается полая ребристая железобетонная оболочка покрытия, находящаяся под действием нормальной нагрузки интенсивности q . Необходимо с учетом геометрической нелинейности определить напряженно-деформированное состояние и дать оценку влияния нелинейности на прочность и устойчивость оболочки. В ребрах жесткости учитываются деформации растяжение (сжатие), изгиб в своей плоскости и кручение. Дискретное расположение ребер жесткости учитывается с помощью функций Хевисайда.

Расчет основан на вариационном принципе Лагранжа [4-6]. Разрешающие уравнения для полой оболочки с учетом геометрической нелинейности (1, 2) решены методом конечных элементов с

использованием программы Лиры 9.6. В процессе решения нелинейная задача последовательно сводилась к линейной, при этом матрица жесткости системы на каждом шаге нагружения с учетом нелинейности изменялась путем добавления дополнительной матрицы геометрической жесткости [2-4]. Уравнения равновесия на i -м шаге имеют вид:

$$[\mathbf{R}(z)]_{i-1} \{\Delta \bar{z}\}_i = \{\bar{\mathbf{R}}_F\} - \{\bar{\mathbf{R}}_F\}_{i-1}, \quad (4)$$

где $[\mathbf{R}(z)]_{i-1}$ – матрица жесткости системы на предыдущей $i-1$ -й итерации;

$\Delta \{\bar{z}\}_i = \{\bar{z}\}_i - \{\bar{z}\}_{i-1}$ – вектор приращений узловых перемещений;

$\{\bar{\mathbf{R}}_F\}$ – вектор узловой нагрузки, приложенной к системе,

$\{\bar{\mathbf{R}}_F\}_{i-1}$ – вектор упругих сил, соответствующий перемещениям предыдущей итерации с номером ($i-1$).

Выполнены численные расчеты для гладкой и ребристой оболочки с учетом и без учета геометрической нелинейности. В дальнейшем представлены результаты для оболочки, опирающейся на жесткие в своей плоскости диафрагмы, т.е. можно рассматривать опирание оболочки как шарнирное.

Рассмотрена оболочка покрытия (18x18 м. в плане), имеющая следующие характеристики: $\gamma = 2500 \text{ кг/м}^3$ – удельный вес материала оболочки; $E = 26 \times 10^8 \text{ кг/м}^2$ – модуль упругости материала оболочки; $a = b = 18 \text{ м.}$ – размеры в плане; $\mu = 0,2$ – коэффициент Пуассона;

$R_1 = R_2 = 32,069 \text{ м.}$ – радиус кривизны; $h = 0,2 \text{ м.}$ – толщина.

При реализации МКЭ использовались треугольные элементы, количество которых для удовлетворения хорошей сходимости было взято 2080. Для простоты на рис. 1 показана нумерация характерных точек в срединной поверхности оболочки. В силу симметрии рассматривается четверть оболочки. Для случая шарнирного опирания в оболочке по контуру отсутствуют прогибы, изгибающие моменты, поэтому представлены результаты только для внутренних точек.

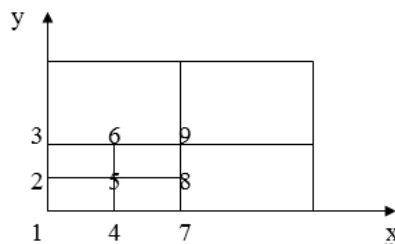


Рис. 1. Нумерация точек в срединной поверхности оболочки

В таблице 1 представлены значения изгибающего момента $M_1 \cdot 10^{-1} \text{ кгМ}$ и крутящего момента $M \cdot 10^{-3}$ для гладкой оболочки с учетом и без учета геометрической нелинейности и поперечных сдвиговых деформаций.

Таблица 1. Значения изгибающего момента $M_1 \cdot 10^{-1} \text{ кгМ.}$ и крутящего момента $M \cdot 10^{-3}$ для гладкой оболочки

№ точки	Без учета геомтр. нелинен. $M_1 \cdot 10^{-1}$		С учетом геомтр. нелинен. $M_1 \cdot 10^{-1}$		Без учета геомтр. нелинен. $M \cdot 10^{-3}$		С учетом геомтр. нелинен. $M \cdot 10^{-3}$	
	Без учета сдвига	С учетом сдвига	Без учета сдвига	С учетом сдвига	Без учета сдвига	С учетом сдвига	Без учета сдвига	С учетом сдвига
5	2,5	2,8	4,62	4,98	-7,62	-8,84	-12,2	-14,11
6	2,12	2,32	3,82	4,11	-13,20	-15,61	-20,2	-22,61
8	2,53	2,91	4,55	5,34	-20,5	-24,45	-32,8	-35,80
9	2,22	2,43	3,92	4,23	-13,20	-15,61	-20,2	-22,61

В гладкой оболочке без учета геометрической нелинейности наиболее существенными являются усилия в срединной плоскости, т.е. мембранные усилия, с учетом геометрической нелинейности существенны изгибные усилия. В таблице 2 представлены значения прогибов для гладкой и ребристой оболочек с учетом и без учета геометрической нелинейности и поперечного сдвига.

Таблица 2. Значения прогибов w (мм) для гладкой и ребристой оболочек с учетом и без учета геометрической нелинейности

Номера точек	5	6	9	8	5	6	9	8
	Без учета поперечного сдвига				С учетом поперечного сдвига			
W мм., без учета геометр. нелинейности								
Гладкая	0,12	-2,35	-	-4,12	0,136	-2,70	-	-4,85
			4,02				4,72	
Ребристая	0,09	-2,16	-	-3,79	0,125	-2,48	-	-4,41
			3,70				4,29	
W мм., с учетом геометр. нелинейности								
Гладкая	0,22	-4,30	-	-7,54	0,26	-4,89	-	-8,95
			7,36				8,66	
Ребристая	0,20	-3,90	-	-6,77	0,22	-4,5	-	-8,06
			6,63				7,82	

Из таблицы 2 видно, что с учетом геометрической нелинейности прогибы возросли почти в 2 раза. Учет поперечных сдвиговых деформаций увеличил значения прогибов почти на 15-20%.

Проверка на устойчивость показала следующие результаты:

Определены верхние критические нагрузки [4-6], при которых происходит бифуркация:

- для гладкой оболочки без учета геометрической нелинейности: $q_{кр} = 1463 \text{ т/м}^2$,

с учетом геометрической нелинейности: $q_{кр} = 1170 \text{ т/м}^2$; для ребристой оболочки без учета геометрической нелинейности: $q_{кр} = 2876 \text{ т/м}^2$, с учетом геометрической нелинейности: $q_{кр} = 2212 \text{ т/м}^2$. Заданная нормальная нагрузка составляет 719,0 т/м².

Выводы:

1. С учетом геометрической нелинейности в основном действие мембранных усилий значительно ослабевает, увеличивается влияние изгибных усилий; сдвиговые деформации существенны для длинных оболочек.
2. Наличие ребер жесткости существенно уменьшают усилия в оболочке. Учет геометрической нелинейности увеличивают в ребрах изгибные усилия.
3. Геометрическая нелинейность существенно влияет на значения критических нагрузок, уменьшая их значения в сравнении с линейной теорией.

Литература

1. Кожаринова Л. В. Основы теории упругости и пластичности. М. АСВ, 2010. 140 с.
2. Жгуты В. М. Математические модели деформирования оболочек переменной толщины с учетом различных свойств материала // Инженерно-строительный журнал. № 1. СПб, 2012. С. 79-90.
3. Карпов В. В. Математическое моделирование, алгоритмы исследования модели, вычислительный эксперимент в теории оболочек: СПб: СПбГАСУ, 2006. 330 с.
4. Достанова С. Х., Тулегенова О. Е. Учет и оценка нелинейности при расчете пологой железобетонной оболочки покрытия. Сб. материалов МНПК «Строительство, архитектура, дизайн: интеграционные процессы в современных условиях». Т. 1. Алматы. Изд. Дом «Строительство и архитектура», 2012. С. 78-82.
5. Достанова С. Х., Касымова Г. Т. Учет дискретных элементов при расчете пологой железобетонной оболочки. Сб. материалов X-й МНПК «Состояние современной строительной науки - 2012». Полтава, 2012. С. 84-88.
6. Достанова С. Х., Тулегенова О. Е., Толыбекова Р. Оценка влияния геометрической нелинейности на напряженно-деформированное состояние оболочек покрытий. Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова 1 (51), 2016. Бишкек. Учебно-издательский центр «Авангард», 2016. С. 204-209.