СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТ ДЛЯ БЕЗМАССОВОГО АНТИСИММЕТРИЧНОГО ТЕНЗОРНОГО ПОЛЯ

Мерзликин Б.С.[1], Снегирев Т.В.[2] Email: Merzlikin1162@scientifictext.ru

[1]Мерзликин Борис Сергеевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник;
[2]Снегирев Тимофей Владимирович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник,
отдел исследований и разработок,
Томский государственный педагогический университет,
г. Томск

Аннотация: *в работе исследуется безмассовый супермультиплет (0,1/2) с минимальной суперсимметрией в четырехмерном пространстве-времени. Описание поля со спином ноль ведется в терминах антисимметричного тензорного поля второго ранга φ_{ab} . Суперпартнером к антисимметричному тензорному полю второго ранга выступает спинтензерное поле Рариты-Швингера Ψ_a. Действие для модели выбирается в виде суммы свободного действия для антисимметричного тензерного поля второго ранга и действия для поля со спином 3/2. Показано, что безмассовый супермультиплет со спинами (0,3/2) запрещен.*
Ключевые слова: *суперсимметрия, антисимметричное тензорное поле.*

SUPERMULTIPLET FOR MASSLESS ANTI-SYMMETRIC TENSOR FIELD

Merzlikin B.S.[1], Snegirev T.V.[2]

[1]Merzlikin Boris Sergeevich – PhD in Physics and Mathematics, Researcher;
[2]Snegirev Timofey Vladimirovich – PhD in Physics and Mathematics, Researcher,
RESEARCH AND DEVELOPMENT DEPARTMENT,
TOMSK STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY,
TOMSK

Abstract: *the paper investigates massless supermultiplet (0,1/2) with minimal supersymmetry in four-dimensional space-time. The description of the field with spin zero is carried out in terms of the antisymmetric tensor field of the second rank φ_{ab}. The superportner to the antisymmetric tensor field of the second rank is the Rarita-Schwinger spintensor field Ψ_a. The action for the model is selected in the form of the sum of the free action for the antisymmetric tensor field of the second rank and the action for the field with spin 3/2. It is shown that a massless supermultiplet with spins (0,3/2) is forbidden.*
Keywords: *supersymmetry, antisymmetric tensor field.*

УДК 53.01, 51-71

Хорошо известно, что в релятивистской теории поля скалярное поле φ описывает частицу со спином 0. Динамика свободной частицы описывается функцией Лагранжа [1]

$$L = \frac{1}{2}\partial_a\varphi\,\partial^a\varphi - \frac{m^2}{2}\varphi\varphi. \qquad (1)$$

Здесь m- массовый параметр, при $m = 0$ данный лагранжиан описывает безмассовую частицу со спином (спиральностью) 0. Суперпреобразования, смешивающие безмассовый скаляр φ и безмассовый спинор ψ, который описывается лагранжианом

$$L = \frac{i}{2}\bar{\psi}\gamma^a\,\partial_a\psi, \qquad (2)$$

имеют вид [2]

$$\delta\varphi = \alpha\bar{\psi}\zeta, \quad \delta\psi = -i\alpha\,\partial_a\varphi\gamma^a\zeta. \qquad (3)$$

Их вид полностью определяется требованием инвариантности суммы лагранжианов (1) и (2). Вычисляя коммутатор суперпреобразований, вычисленных для скалярного поля, получим

$$[\delta_1, \delta_2]\varphi = -i2\alpha^2\,\partial^a\varphi\bar{\zeta}_2\gamma_a\zeta_1.$$

Это означает, что антикоммутатор двух суперзарядов пропорционален оператору трансляции в импульсном представленни. Данные суперпреобразования отвечают безмассовому супермультиплету с частицами $(0,1/2)$.

С другой стороны, в четырехмерном пространстве-времени безмассовая частица со спином 0 может быть описана безмассовым антисимметричным тензорным полем второго ранга, $\varphi_{ab} = -\varphi_{ba}$. Функция Лагранжа для данного поля имеет вид

$$L \quad = \quad \frac{1}{6} F_{abc} F^{abc}, \qquad (4)$$

где

$$F^{abc} = \partial^{[a} \varphi^{bc]} \quad \Rightarrow \quad \partial^{[a} F^{bcd]} = 0. \qquad (5)$$

Лагранжиан (4) инвариантен относительно калибровочных преобразований

$$\delta\varphi^{ab} = \partial^{[a} \xi^{b]} \quad \Rightarrow \quad \delta F^{abc} = 0.$$

Найдем суперпреобразования из требования, чтобы сумма лагранжианов (2) и (4) была инвариантна относительно них. Выпишем общий анзац

$$\delta\varphi^{ab} = \alpha \bar{\psi} \gamma^{ab} \zeta, \qquad \delta\psi = i\beta F_{abc} \gamma^{abc} \zeta. \qquad (6)$$

Тогда вариация лагранжиана равна

$$\delta L \quad = \quad -\beta\, \partial_d F_{abc} \bar{\psi} \gamma^{dabc} \zeta - (\alpha + 3\beta)\, \partial^a F_{abc} \bar{\psi} \gamma^{bc} \zeta. \qquad (7)$$

Заметим, что первое слагаемое зануляется в силу (5), тогда из требования обращения вариации лагранжиана в ноль получаем решение $\beta = -\frac{\alpha}{3}$. Вычислим коммутатор на антисимметричный тензор

$$\begin{aligned} [\delta_1, \delta_2] \varphi^{ab} \quad &= \quad -i4\alpha^2 F^{abc} \bar{\zeta}_2 \gamma_c \zeta_1 \\ &= \quad -i4\alpha^2 \left(\partial^c \varphi^{ab} + \partial^{[a} \varphi^{b]c} \right) \bar{\zeta}_2 \gamma_c \zeta_1. \end{aligned}$$

Видим, что первое слагаемое отвечает генератору трансляции, а второе слагаемое есть калибровочное преобразование (6) с калибровочным параметром $\xi^b = \varphi^{bc} \bar{\zeta}_2 \gamma_c \zeta_1$. Известно, что для калибровочных полей коммутатор двух суперпреобразований определен с точностью до калибровочного преобразования. Дуальные супермультиплеты также рассматривались в [4].

Хорошо известно, что суперпреобразования связывают безмассовые частицы, отличающиеся спином на 1/2. Поэтому безмассовый супермультиплет со спинами $(0,3/2)$ запрещен. Полезно посмотреть как это возникает с технической точки зрения. Безмассовая частица со спином 3/2 описывает спин-вектором Ψ_a с функцией Лагранжа

$$L \quad = \quad -\frac{i}{2} \bar{\Psi}_a \gamma^{abc}\, \partial_b \Psi_c, \qquad (8)$$

где $\gamma^{abc} = \frac{1}{6} \gamma^{[a} \gamma^b \gamma^{c]}$. Наиболее общий анзац суперпреобразования для скаляра и спин-вектора выглядит

$$\delta\varphi = i\alpha \bar{\Psi}_a \gamma^a \zeta, \qquad \delta\Psi^a = \beta\, \partial^a \varphi \zeta + \gamma\, \partial_b \varphi \gamma^{ab} \zeta.$$

Можно показать, что никаким подбором параметров α, β, γ нельзя добиться инвариантности суммы лагранжианов (1) и (8). Суперсимметричные модели, включающие частицу со спином 3/2 можно посмотреть в [5].

Наиболее общий анзац для антисимметричного тензора и спин-вектора выглядит

$$\begin{aligned} \delta\varphi^{ab} \quad &= \quad i\alpha_1 \bar{\Psi}^{[a} \gamma^{b]} \zeta + i\alpha_2 \bar{\Psi}_c \gamma^{abc} \zeta, \\ \delta\Psi^a \quad &= \quad \beta_1 F^{abc} \gamma_{bc} \zeta + \beta_2 F_{bcd} \gamma^{abcd} \zeta. \end{aligned}$$

Вариация суммы лагранжианов (4) и (8) дает

$$\delta L \quad = \quad -i2(\alpha_1 - 3\beta_2)\, \partial^a F_{abc} \bar{\zeta} \gamma^b \Psi^c - i\alpha_2\, \partial^a F_{abc} \bar{\zeta} \gamma^{bcd} \Psi_d. \qquad (9)$$

Таким образом инвариантность лагранжиана относительно суперпреобразований может быть достигнута, если положить $\alpha_2 = \beta_1 = 0, \beta_2 = \frac{\alpha_1}{3}$. Однако, вычисляя коммутатор двух суперпреобразований получим

$$[\delta_1, \delta_2] \varphi^{ab} \quad = \quad 0.$$

Это означает, что найденные преобразования супералгебре не отвечают, то есть супесимметрия не реализуется как и следовало ожидать.

Благодарность: Работа выполнена в рамках проекта МК-1649.2019.2.

Список литературы / References

1. *Пескин М.* Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер // Москва-Ижевск: РХД, 2001. 783 с.
2. *Volkov D.V., Akulov V.P.* Possible universal neutrino interaction // JETP Lett. 16 (438), 1972.
3. *Zinoviev Yu.M.* Massive spin-2 supermultiplets // ArXiv. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://arxiv.org/abs/hep-th/0206209/ (дата обращения: 28.10.2019).
4. *Altendorfer R., Bagger J.* Dual sypersymmetry algebra from Partial sypersymmetry Breaking // Phys. Lett. B (460) 127.
5. *Zinoviev Yu.M.* Massive supermultiplets with spin 3/2 // JHEP 0705 (2007) 092.