РОСКОМНАДЗОР
СВИДЕТЕЛЬСТВО ПИ № ФС 77-50836
ISSN (pr) 2312-8267 ISSN (el) 2413-5801

3MINUT.RU

НАУКА, ТЕХНИКА И ОБРАЗОВАНИЕ

SCIENCE, TECHNOLOGY AND EDUCATION

ИЮНЬ
2021
№ 6 (81)

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «НАУКА, ТЕХНИКА И ОБРАЗОВАНИЕ» № 6(81) 2021 ISSN 2312-8267

ISSN 2312-8267 (печатная версия)
ISSN 2413-5801 (электронная версия)

Наука, техника и образование

2021. № 6 (81)

Москва
2021

ISSN 2312-8267 (печатная версия)
ISSN 2413-5801 (электронная версия)

Наука, техника и образование

2021. № 6 (81)

Российский импакт-фактор: 1,84

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Вальцев С.В.
Зам. главного редактора: Кончакова И.В.

Издается с 2012 года

ИЗДАТЕЛЬСТВО «Проблемы науки»

Подписано в печать: 28.06.2021
Дата выхода в свет: 30.06.2021

Формат 70x100/16.
Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».
Печать офсетная.
Усл. печ. л. 5,362
Тираж 1 000 экз.
Заказ №

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)
Свидетельство ПИ № ФС77-50836.

Территория распространения: зарубежные страны, Российская Федерация

Свободная цена

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Содержание

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ РАЗНОИМЕННЫХ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ В ОСТРОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Акопов В.В.
Email: Akopov1180@scientifictext.ru

Акопов Вачакан Ваграмович – учитель,
Муниципальное общеобразовательное учреждение
Средняя общеобразовательная школа № 6,
с. Полтавское, Курский район, Ставропольский край

Аннотация: *известно, что изучение геометрии начинается с треугольника и в какой-то степени он является основой геометрической науки. Также известно, что постоянно открываются его новые свойства и часто многие из них связаны с замечательными точками и линиями треугольника. В данной статье рассматривается исследование точек пересечения разноимённых замечательных линий в остроугольном треугольнике.*
Ключевые слова: *остроугольный треугольник, серединный перпендикуляр, медиана, точка пересечения.*

INVESTIGATION OF THE INTERSECTION POINTS OF DISSIMILAR REMARKABLE LINES IN AN ACUTE-ANGLED TRIANGLE

Akopov V.V.

Akopov Vachakan Vagramovich - Teacher,
MUNICIPAL EDUCATIONAL INSTITUTION
SECONDARY SCHOOL № 6,
VILLAGE POLTAVA, KURSK DISTRICT, STAVROPOL TERRITORY

Abstract: *it is known that the study of geometry begins with a triangle and to some extent it is the basis of geometric science. It is also known that new properties are constantly being discovered, and often many of them are associated with remarkable points and lines of the triangle. This article deals with the study of the intersection points of dissimilar remarkable lines in an acute-angled triangle.*
Keywords: *acute-angled triangle, mid-perpendicular, median, intersection point.*

УДК 51

Проведём исследование точек пересечения разноименных замечательных линий в остроугольном треугольнике: серединного перпендикуляра и медианы.

«Серединный перпендикуляр треугольника – это перпендикуляр, проведённый к середине стороны треугольника. Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий любую вершину треугольника с серединой противоположной стороны» [1].

1) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана AD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону AB в точке K, а сторону AC в точке M. Медиана AD пересекает сторону BC в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана AD пересекаются в точке O (рис.1). Доказать, что эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр в отношении: $\frac{AO}{OD} = \frac{MO}{OK} = \frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2}$.

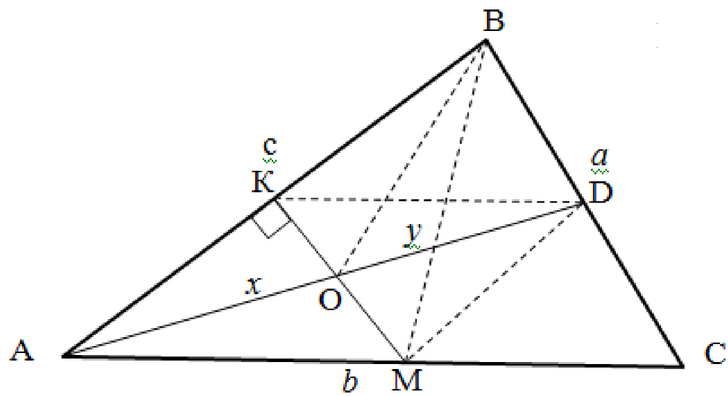

Рис. 1. Медиана к стороне BC и серединный перпендикуляр к стороне AB.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $AO=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников AKO и BKO следует равенство двух острых углов: $\angle KAO = \angle KBO$. Поэтому ΔAOB–равнобедренный, т.е. $AO=BO$. Известно, что медиана AD в ΔABC выражается формулой: $AD = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, (1). Из ΔABD по теореме Стюарта имеем: $AB^2 \cdot OD + BD^2 \cdot AO - BO^2 \cdot AD = AD \cdot AO \cdot OD$, (2). Пусть $AO=BO=x$ и $OD=y$, с учетом, что $BD=\frac{a}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $c^2y+\frac{a^2}{4}\cdot x - x^2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = x\cdot y\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, или $4c^2y + a^2\cdot x - 2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = xy\cdot 2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, (3). Учитывая, что $x+y=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, получим $y=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-x$, (4). Используя выражения (3) и (4), получим: $4c^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-x\right)+a^2x-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = 2x\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-x\right)$ или $2c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-4c^2x+a^2x-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = x\left(2b^2+2c^2-a^2\right)-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, отсюда $2c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = 4c^2x-a^2x+x\left(2b^2+2c^2-a^2\right)$, $2c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = 4c^2x-a^2x+2b^2x+2c^2x-a^2x$, $2c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2} = 2x\cdot\left(b^2+3c^2-a^2\right)$, тогда $x=\frac{c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{b^2+3c^2-a^2}$, (5). Используя выражения (4) и (5), получим: $y=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}-\frac{c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{b^2+3c^2-a^2}=\frac{(b^2+3c^2-a^2)\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-2c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2(b^2+3c^2-a^2)}=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot(b^2+3c^2-a^2-2c^2)}{2(b^2+3c^2-a^2)}=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot(b^2+c^2-a^2)}{2(b^2+3c^2-a^2)}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{x}{y}=\frac{c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{b^2+3c^2-a^2}\cdot\frac{2(b^2+3c^2-a^2)}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot(b^2+c^2-a^2)}=\frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2}$ или $\frac{AO}{OD}=\frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2}$, (7) , что и требовалось доказать. Четырёхугольник *AKDM* является трапецией, так как *KD*||*AM*, а *AD* и *KM* являются диагоналями. Из свойства диагоналей трапеции следует: треугольники, образованные отрезками диагоналей трапеции, стороны которых лежат на боковых сторонах трапеции – равновеликие (имеют одинаковую площадь). Треугольники *AOK* и *DOM* равновеликие, то есть $S_{\Delta AOK}= S_{\Delta DOM}$ или $\frac{1}{2}\cdot AO\cdot OK\cdot sin\angle AOK=\frac{1}{2}\cdot OD\cdot MO\cdot sin\angle DOM$. Учитывая, что $\angle AOK=\angle DOM$ (как вертикальные), получим: $AO\cdot OK = OD\cdot MO$ или $\frac{AO}{OD}=\frac{MO}{OK}$, (8) , что и требовалось доказать.

Задача. В остроугольном ΔABC со сторонами $BC=a=4\sqrt{7}$*см*, $AC=b=8$*см* и $AB=c=12$*см* проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O* (рис.1). Найти, в каком отношении эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр.

Дано:	Решение:
ΔABC $BC=a=4\sqrt{7}$*см* $AC=b=8$*см* $AB=c=12$*см* $\frac{AO}{OD}$–? $\frac{MO}{OK}$–?	Воспользуемся выражением (7): $\frac{AO}{OD}=\frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2}=\frac{2\cdot(12)^2}{8^2+12^2-(4\sqrt{7})^2}=\frac{2\cdot 144}{64+144-112}=\frac{288}{96}=3.$ Из выражения (8) следует, что $\frac{MO}{OK}=\frac{AO}{OD}=3.$ Ответ: $\frac{AO}{OD}=\frac{MO}{OK}=3.$

2) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *AB* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O* (рис.2). Доказать, что эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр в отношении: $\frac{AO}{OD}=\frac{MO}{OK}=\frac{2b^2}{b^2+c^2-a^2}$.

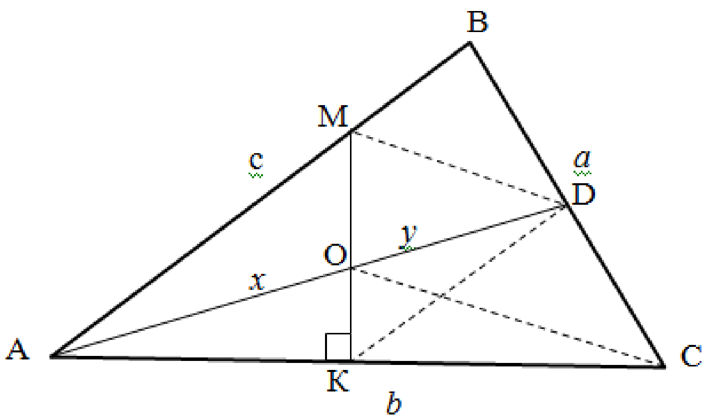

Рис. 2. Медиана к стороне BC и серединный перпендикуляр к стороне AC

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $AO=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников *AKO* и *CKO* следует равенство двух острых углов: $\angle KAO=\angle KCO$. Поэтому ΔAOC–равнобедренный, т.е. $AO=CO$. Известно, что медиана *AD* в ΔABC выражается формулой: $AD=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, (1). Из ΔADC по теореме Стюарта имеем: $AC^2\cdot OD+CD^2\cdot AO-CO^2\cdot AD=AD\cdot AO\cdot OD$, (2). Пусть $AO=CO=x$ и $OD=y$, с учетом, что $CD=\frac{a}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $b^2y+\frac{a^2}{4}\cdot x-x^2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}= x\cdot y\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, или $4b^2y+a^2\cdot x-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}=$

$xy\cdot 2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, (3). Учитывая, что $x+y=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, получим $y=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-x$, (4). Используя выражения (3) и (4), получим: $4b^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-x\right)+a^2x-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}=2x\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-x\right)$ или $2b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-4b^2x+a^2x-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}=x(2b^2+2c^2-a^2)-2x^2\cdot\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, отсюда $2b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}=4b^2x-a^2x+x(2b^2+2c^2-a^2)$, $2b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}=x(4b^2-a^2+2b^2+2c^2-a^2)$, $2b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}=2x\cdot(3b^2+c^2-a^2)$, тогда $x=\frac{b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{3b^2+c^2-a^2}$, (5). Используя выражения (4) и (5), получим: $y=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}-\frac{b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{3b^2+c^2-a^2}=\frac{(3b^2+c^2-a^2)\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-2b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{3b^2+c^2-a^2}=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot(3b^2+c^2-a^2-2b^2)}{2(3b^2+c^2-a^2)}=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot(b^2+c^2-a^2)}{2(3b^2+c^2-a^2)}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{x}{y}=\frac{b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{3b^2+c^2-a^2}\cdot\frac{2(3b^2+c^2-a^2)}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}\cdot(b^2+c^2-a^2)}=\frac{2b^2}{b^2+c^2-a^2}$ или $\frac{AO}{OD}=\frac{2b^2}{b^2+c^2-a^2}$, (7) , что и требовалось доказать. Четырёхугольник *AKDM* является трапецией, так как *KD*||*AM*, а *AD* и *KM* являются диагоналями. Из свойства диагоналей трапеции следует: треугольники, образованные отрезками диагоналей трапеции, стороны которых лежат на боковых сторонах трапеции – равновеликие (имеют одинаковую площадь). Треугольники *AOK* и *DOM* равновеликие, то есть $S_{\Delta AOK}=S_{\Delta DOM}$ или $\frac{1}{2}\cdot AO\cdot OK\cdot sin\angle AOK=\frac{1}{2}\cdot OD\cdot MO\cdot sin\angle DOM$. Учитывая, что $\angle AOK=\angle DOM$ (как вертикальные), получим: $AO\cdot OK=OD\cdot MO$ или $\frac{AO}{OD}=\frac{MO}{OK}$, (8) , что и требовалось доказать.

Задача. В остроугольном ΔABC со сторонами *BC=a=6,7см*, *AC=b=7,5см* проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *AB* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O* (рис. 2). Найти сторону *AB*, если $\frac{AO}{OD}=\frac{3}{2}$.

Дано:	Решение:
ΔABC *BC=a=6,7см* *AC=b=7,5см* $\frac{AO}{OD}=\frac{3}{2}$ c –?	Воспользуемся выражением (7): $\frac{AO}{OD}=\frac{2b^2}{b^2+c^2-a^2}$ или $\frac{3}{2}=\frac{2b^2}{b^2+c^2-a^2}$, отсюда $c^2=a^2+\frac{b^2}{3}=(6,7)^2+\frac{(7,5)^2}{3}\approx 64$, тогда *c=8см*. Ответ: *c=8см*.

3) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O*, которая находится на стороне *BC* (рис.3). Точки *D*, *K* и *O* совпадают. Следовательно, какие-либо отношения отрезков отсутствуют.

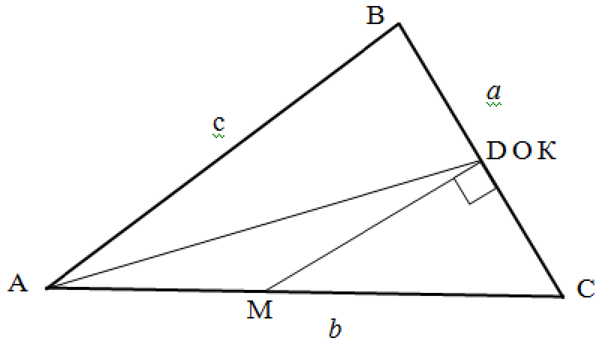

Рис. 3. Медиана к стороне ВС и серединный перпендикуляр к стороне ВС.

4) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана BD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону AB в точке K, а сторону AC в точке M. Медиана BD пересекает сторону AC в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана BD пересекаются в точке O (рис.4). Доказать, что эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр в отношении: $\frac{BO}{OD} = \frac{2c^2}{a^2+c^2-b^2}$ и $\frac{OM}{OK} = \frac{2(a^2+c^2-b^2)}{a^2+c^2-b^2}$.

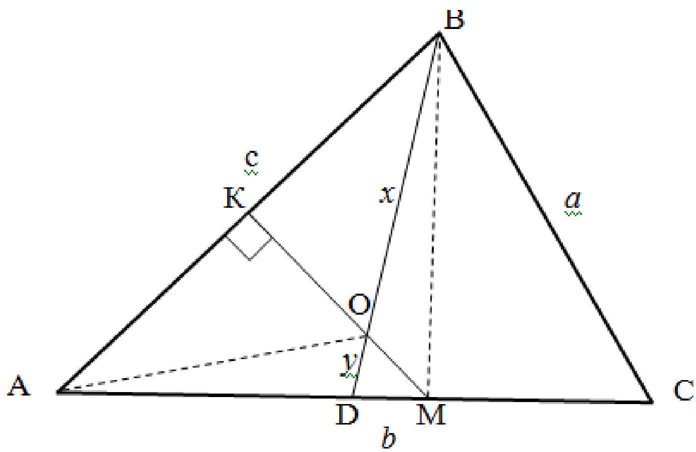

Рис. 4. Медиана к стороне АС и серединный перпендикуляр к стороне АВ.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $BO=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников AKO и BKO следует равенство двух острых углов: $\angle KAO = \angle KBO$. Поэтому ΔAOB–равнобедренный, т.е. $AO=BO$. Известно, что медиана BD в ΔABC выражается формулой: $BD = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$, (1). Из ΔADB по теореме Стюарта имеем: $AB^2 \cdot OD + AD^2 \cdot OB - AO^2 \cdot BD = BD \cdot BO \cdot OD$, (2). Пусть $AO=BO=x$ и $OD=y$, с учетом, что $AD = \frac{b}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $c^2y + \frac{b^2}{4} \cdot x - x^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} = x \cdot y \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$, или $4c^2y + b^2 \cdot x - 2x^2 \cdot \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} = xy \cdot 2\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$, (3). Учитывая, что $x+y= \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$, получим $y= \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} - x$, (4). Используя выражения (3) и (4), получим:

$4c^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-x\right)+b^2x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=2x\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-x\right)$ или $2c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-4c^2x+b^2x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=x\left(2a^2+2c^2-b^2\right)-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, отсюда $2c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=4c^2x-b^2x+x\left(2a^2+2c^2-b^2\right)$, $2c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=x(4c^2-b^2+2a^2+2c^2-b^2)$, $2c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=2x\cdot\left(3c^2+a^2-b^2\right)$, тогда $x=\frac{c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3c^2+a^2-b^2}$, (5). Используя выражения (4) и (5), получим: $y=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2}-\frac{c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3c^2+a^2-b^2}=\frac{(3c^2+a^2-b^2)\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-2c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2\left(3c^2+a^2-b^2\right)}=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(3c^2+a^2-b^2-2c^2\right)}{2\left(3c^2+a^2-b^2\right)}=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(a^2+c^2-b^2\right)}{2\left(3c^2+a^2-b^2\right)}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{x}{y}=\frac{c^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3c^2+a^2-b^2}\cdot\frac{2\left(3c^2+a^2-b^2\right)}{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(a^2+c^2-b^2\right)}=\frac{2c^2}{a^2+c^2-b^2}$ или $\frac{x}{y}=\frac{BO}{OD}=\frac{2c^2}{a^2+c^2-b^2}$, (7) , что и требовалось доказать. Учитывая, что *KM=OM+OK* и, разделив обе части этого равенства на *OK*, получим: $\frac{KM}{OK}=1+\frac{OM}{OK}$, отсюда $\frac{OM}{OK}=\frac{KM}{OK}-1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов находим: $a^2=b^2+c^2-2b\cdot c\cdot cosA$, отсюда $cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, (9). Из прямоугольного ΔAKM найдем: $cosA=\frac{AK}{AM}=\frac{c}{2\cdot AM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{c}{2\cdot AM}$, отсюда $AM=\frac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}$, (11). Из прямоугольного ΔAKM по теореме Пифагора будем иметь: $KM^2=AM^2-AK^2$, тогда, используя выражение (11), получим:$KM^2=\frac{b^2c^4}{(b^2+c^2-a^2)^2}-\frac{c^2}{4}=\frac{c^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔBKO по теореме Пифагора находим: $OK^2=BO^2-BK^2=x^2-\frac{c^2}{4}=\frac{4x^2-c^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{c^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2}\cdot\frac{4}{4x^2-c^2}=\frac{c^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2(4x^2-c^2)}$, (14). Используя выражения (5) и (14), найдем: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{c^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\left[\frac{4c^4\left(2a^2+2c^2-b^2\right)}{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2}-c^2\right]}=\frac{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4c^2\left(2a^2+2c^2-b^2\right)-(3c^2+a^2-b^2)^2\right]}=$

$$\frac{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4c^2\left(\left(a^2+c^2-b^2\right)+\left(a^2+c^2\right)\right)-\left(\left(a^2+c^2-b^2\right)+2c^2\right)^2\right]}=$$

$$\frac{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4c^2\left(a^2+c^2-b^2\right)+4a^2c^2+4c^4-(a^2+c^2-b^2)^2-4c^2\left(a^2+c^2-b^2\right)-4c^4\right]}=$$

$\frac{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot[4a^2c^2-(a^2+c^2-b^2)^2]}=\frac{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2\cdot\left(4b^2c^2-b^4-2b^2c^2-c^4+2a^2b^2+2a^2c^2-a^4\right)}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left(4a^2c^2-a^4-2a^2c^2+2a^2b^2+2b^2c^2-b^4\right)}=\frac{\left(3c^2+a^2-b^2\right)^2}{(b^2+c^2-a^2)^2}$, отсюда $\frac{KM}{OK}=\frac{3c^2+a^2-b^2}{b^2+c^2-a^2}$, (15). Используя выражения (8) и (15), получим: $\frac{OM}{OK}=\frac{3c^2+a^2-b^2}{b^2+c^2-a^2}-1=\frac{3c^2+a^2-b^2-b^2-c^2+a^2}{b^2+c^2-a^2}=\frac{2\left(a^2+c^2-b^2\right)}{b^2+c^2-a^2}$, (16), что и требовалось доказать.

Задача. В остроугольном ΔABC со сторонами *BC=a=6,8см*, *AB=c=8,6см* и *AC=b=9см* проведены медиана *BD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *BD* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *BD* пересекаются в точке *O* (рис.4). Найти следующие отношения: $\frac{BO}{OD}$ и $\frac{OM}{OK}$.

Дано:
ΔABC
$BC=a=6,8$см,
$AB=c=8,6$см
$AC=b=9$см

$\frac{BO}{OD}$–? $\frac{OM}{OK}$–?

Решение:
Воспользуемся выражением (7):
$\frac{BO}{OD}=\frac{2c^2}{a^2+c^2-b^2}=\frac{2\cdot(8,6)^2}{(6,8)^2+(8,6)^2-9^2}\approx 3,77.$
Воспользуемся выражением (16):
$\frac{OM}{OK}=\frac{2(a^2+c^2-b^2)}{b^2+c^2-a^2}=\frac{2((6,8)^2+(8,6)^2-9^2)}{9^2+(8,6)^2-(6,8)^2}\approx 0,72.$

Ответ: $\frac{BO}{OD}\approx 3,77$; $\frac{OM}{OK}\approx 0,72$.

5) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана BD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону BC в точке K, а сторону AC в точке M. Медиана BD пересекает сторону AC в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана BD пересекаются в точке O (рис.5). Доказать, что эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр в отношении: $\frac{BO}{OD}=\frac{2a^2}{a^2+c^2-b^2}$ и $\frac{OM}{OK}=\frac{2(a^2+c^2-b^2)}{a^2+b^2-c^2}$.

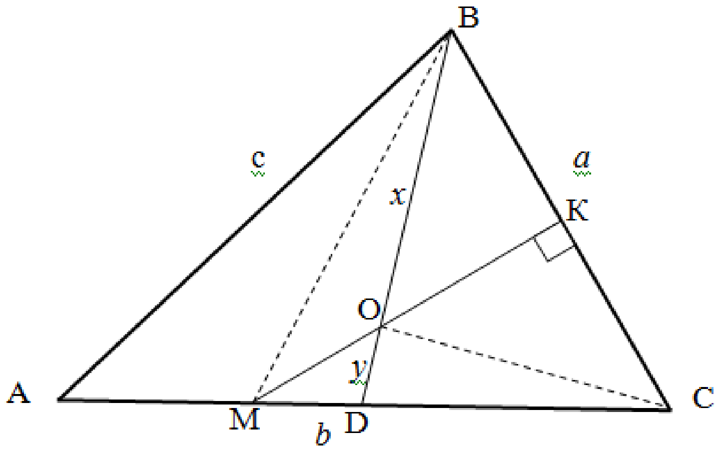

Рис. 5. Медиана к стороне AC и серединный перпендикуляр к стороне BC.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $BO=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников CKO и BKO следует равенство двух острых углов: $\angle KCO=\angle KBO$. Поэтому ΔBOC–равнобедренный, т.е. $CO=BO$. Известно, что медиана BD в ΔABC выражается формулой: $BD=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, (1). Из ΔBDC по теореме Стюарта имеем: $BC^2\cdot OD+CD^2\cdot OB-CO^2\cdot BD=BD\cdot OB\cdot OD$, (2). Пусть $CO=OB=x$ и $OD=y$, с учетом, что $CD=\frac{b}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $a^2y+\frac{b^2}{4}\cdot x-x^2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=x\cdot y\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, или $4a^2y+b^2\cdot x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=xy\cdot 2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, (3). Учитывая, что $x+y=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, получим $y=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-x$, (4). Используя выражения (3) и (4), получим: $4a^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-x\right)+b^2x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=2x\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-x\right)$ или $2a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-4a^2x+b^2x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=$

$x\left(2a^2+2c^2-b^2\right)-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, отсюда $2a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=4a^2x-b^2x+x\left(2a^2+2c^2-b^2\right)$, $2a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=x(4a^2-b^2+2a^2+2c^2-b^2)$, $2a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}=2x\cdot\left(3a^2+c^2-b^2\right)$, тогда $x=\frac{a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3a^2+c^2-b^2}$, (5). Используя выражения (4) и (5), получим: $y=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2}-\frac{a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3a^2+c^2-b^2}=\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}-2a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2\left(3a^2+c^2-b^2\right)}=$ $\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(3a^2+c^2-b^2-2a^2\right)}{2\left(3a^2+c^2-b^2\right)}=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(a^2+c^2-b^2\right)}{2\left(3a^2+c^2-b^2\right)}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{x}{y}=\frac{a^2\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3a^2+c^2-b^2}\cdot\frac{2\left(3a^2+c^2-b^2\right)}{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot\left(a^2+c^2-b^2\right)}=\frac{2a^2}{a^2+c^2-b^2}$ или $\frac{x}{y}=\frac{BO}{OD}=\frac{2a^2}{a^2+c^2-b^2}$, (7), что и требовалось доказать. Учитывая, что *KM*=*OM*+*OK* и, разделив обе части этого равенства на *OK*, получим: $\frac{KM}{OK}=1+\frac{OM}{OK}$, отсюда $\frac{OM}{OK}=\frac{KM}{OK}-1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов находим: $c^2=a^2+b^2-2a\cdot b\cdot cosC$, отсюда $cosC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, (9). Из прямоугольного ΔCKM найдем: $cosC=\frac{CK}{CM}=\frac{a}{2\cdot CM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a}{2\cdot CM}$, отсюда $CM=\frac{a^2b}{a^2+b^2-c^2}$, (11). Из прямоугольного ΔCKM по теореме Пифагора будем иметь: $KM^2=CM^2-CK^2$, тогда, используя выражение (11), получим:$KM^2=\frac{a^4b^2}{(a^2+b^2-c^2)^2}-\frac{a^2}{4}=\frac{a^2\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔCKO по теореме Пифагора находим: $OK^2=CO^2-CK^2=x^2-\frac{a^2}{4}=\frac{4x^2-a^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{a^2\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{4(a^2+b^2-c)^2}\cdot\frac{4}{4x^2-a^2}=\frac{a^2\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2(4x^2-a^2)}$, (14). Используя выражения (5) и (14), найдем: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{a^2\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\left[\frac{4a^4\left(2a^2+2c^2-b^2\right)}{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2}-a^2\right]}=\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2\cdot\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[4a^2\left(2a^2+2c^2-b^2\right)-(3a^2+c^2-b^2)^2\right]}=$ $\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2\cdot\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[4a^2\left(\left(a^2+c^2-b^2\right)+\left(a^2+c^2\right)\right)-\left(\left(a^2+c^2-b^2\right)+2a^2\right)^2\right]}=$ $\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2\cdot\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[4a^2\left(a^2+c^2-b^2\right)+4a^2c^2+4a^4-(a^2+c^2-b^2)^2-4a^2\left(a^2+c^2-b^2\right)-4a^4\right]}=$ $\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2\cdot\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[4a^2c^2-(a^2+c^2-b^2)^2\right]}=\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2\cdot\left(4a^2b^2-a^4-2a^2b^2-b^4+2a^2c^2+2b^2c^2-c^4\right)}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left(4a^2c^2-a^4-2a^2c^2-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2-b^4\right)}=\frac{\left(3a^2+c^2-b^2\right)^2}{(a^2+b^2-c^2)^2}$, отсюда $\frac{KM}{OK}=\frac{3a^2+c^2-b^2}{a^2+b^2-c}$, (15). Используя выражения (8) и (15), получим: $\frac{OM}{OK}=\frac{3a^2+c^2-b^2}{a^2+b^2-c^2}-1=\frac{3a^2+c^2-b^2-a^2+c^2-b^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{2\left(a^2+c^2-b^2\right)}{a^2+b^2-c^2}$, (16), что и требовалось доказать.

Задача. В ΔABC со сторонами *BC*=*a*=*6,3см*, *AB*=*c*=*9см* проведены медиана *BD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *BD* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *BD* пересекаются в точке *O* (рис.5). Найти сторону *AC*=*b*, если $\frac{OM}{OK}=\frac{3}{4}$.

Дано:	Решение:
ΔABC $BC=a=6{,}3$ *см* $AB=c=9$ *см* $\frac{OM}{OK}=\frac{3}{4}$ b –?	Воспользуемся выражением (16): $\frac{OM}{OK}=\frac{2(a^2+c^2-b^2)}{a^2+b^2-c^2}$ или $\frac{3}{4}=\frac{2(a^2+c^2-b^2)}{a^2+b^2-c^2}$, отсюда $8a^2+8c^2-8b^2=3a^2+3b^2-3c^2$ или $b^2=\frac{5a^2+11c^2}{11}=\frac{5}{11}a^2+c^2=\frac{5}{11}\cdot(6{,}3)^2+9^2\approx 99$, тогда $b\approx 10$ *см*.

Ответ: $b\approx 10$ *см*.

6) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана BD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону AC в точке K, а сторону AB в точке M. Медиана BD пересекает сторону AC в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана BD пересекаются в точке O, которая находится на стороне AC (рис.6). Точки D, K и O совпадают. Следовательно, какие-либо отношения отрезков отсутствуют.

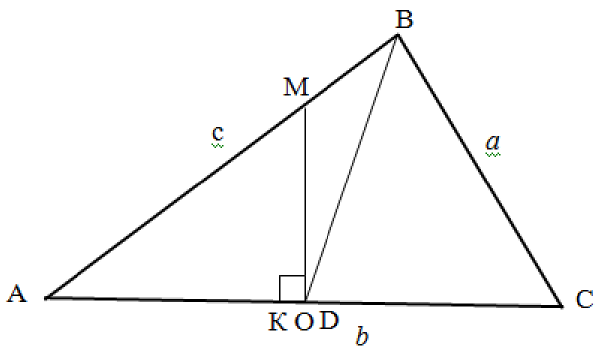

Рис. 6. Медиана к стороне AC и серединный перпендикуляр к стороне AC.

7) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана CD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону AC в точке K, а сторону AB в точке M. Медиана CD пересекает сторону AB в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана CD пересекаются в точке O (рис.7). Доказать, что эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр в отношении: $\frac{CO}{OD}=\frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}$ и $\frac{OM}{OK}=\frac{2(a^2+b^2-c^2)}{b^2+c^2-a^2}$.

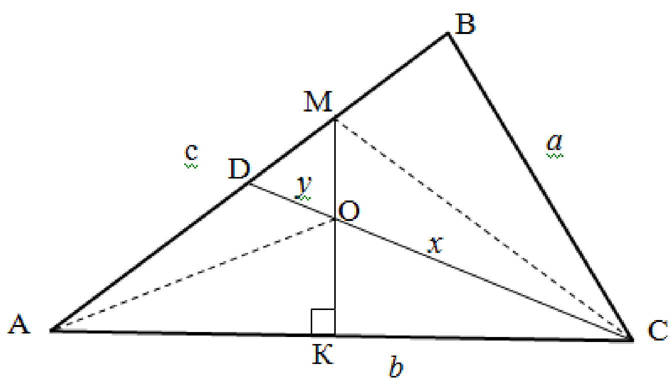

Рис. 7. Медиана к стороне AB и серединный перпендикуляр к стороне AC.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $CO=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников CKO и AKO следует равенство двух острых углов: $\angle KAO=\angle KCO$. Поэтому ΔAOC–равнобедренный, т.е. $CO=AO$. Известно, что медиана CD в

ΔABC выражается формулой: $CD=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, (1). Из ΔADC по теореме Стюарта имеем: $AC^2\cdot OD+AD^2\cdot CO-AO^2\cdot CD=CD\cdot CO\cdot OD$, (2). Пусть $CO=AO=x$ и $OD=y$, с учетом, что $AD=\frac{c}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $b^2y+\frac{c^2}{4}\cdot x-x^2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=x\cdot y\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, или $4b^2y+c^2\cdot x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=xy\cdot 2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, (3). Учитывая, что $x+y=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, получим $y=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-x$, (4). Используя выражения (3) и (4), получим: $4b^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-x\right)+c^2x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=2x\cdot\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-x\right)$ или $2b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-4b^2x+c^2x-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=x\left(2a^2+2b^2-c^2\right)-2x^2\cdot\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, отсюда $2b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=4b^2x-c^2x+x\left(2a^2+2b^2-c^2\right)$, $2b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=x(4b^2-c^2+2a^2+2b^2-c^2)$, $2b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}=2x\cdot\left(3b^2+a^2-c^2\right)$, тогда $x=\frac{b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3b^2+a^2-c^2}$, (5). Используя выражения (4) и (5), имеем: $y=\frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2}-\frac{b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3b^2+a^2-c^2}=\frac{\left(3b^2+a^2-c^2\right)\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-2b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2\left(3b^2+a^2-c^2\right)}=\frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}\cdot\left(3b^2+a^2-c^2-2b^2\right)}{2\left(3b^2+a^2-c^2\right)}=\frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}\cdot\left(a^2+b^2-c^2\right)}{2\left(3b^2+a^2-c^2\right)}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{x}{y}=\frac{b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3b^2+a^2-c^2}\cdot\frac{2\left(3b^2+a^2-c^2\right)}{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}\cdot\left(a^2+b^2-c^2\right)}=\frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}$ или $\frac{x}{y}=\frac{CO}{OD}=\frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}$, (7), что и требовалось доказать. Учитывая, что $KM=OM+OK$ и, разделив обе части этого равенства на OK, получим: $\frac{KM}{OK}=1+\frac{OM}{OK}$, отсюда $\frac{OM}{OK}=\frac{KM}{OK}-1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов находим: $a^2=b^2+c^2-2b\cdot c\cdot cosA$, отсюда $cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, (9). Из прямоугольного ΔAKM найдем: $cosA=\frac{AK}{AM}=\frac{b}{2\cdot AM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b}{2\cdot AM}$, отсюда $AM=\frac{b^2c}{b^2+c^2-a^2}$, (11). Из прямоугольного ΔAKM по теореме Пифагора будем иметь: $KM^2=AM^2-AK^2$, тогда, используя выражение (11), получим: $KM^2=\frac{b^4c^2}{(b^2+c^2-a^2)^2}-\frac{b^2}{4}=\frac{b^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔCKO по теореме Пифагора находим: $OK^2=CO^2-CK^2=x^2-\frac{b^2}{4}=\frac{4x^2-b^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{b^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2}\cdot\frac{4}{4x^2-b^2}=\frac{b^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2(4x^2-b^2)}$, (14). С учетом (5) и (14), имеем: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{b^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\left[\frac{4b^4(2a^2+2b^2-c^2)}{\left(3b^2+a^2-c^2\right)^2}-b^2\right]}=$

$$\frac{\left(3b^2+a^2-c^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4b^2\left((a^2+b^2-c^2)+(a^2+b^2)\right)-\left((a^2+b^2-c^2)+2b^2\right)^2\right]}=$$

$$\frac{(3b^2+a^2-c^2)^2\cdot\left[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4b^2(a^2+b^2-c^2)+4a^2b^2+4b^4-(a^2+b^2-c^2)^2-4b^2(a^2+b^2-c^2)-4b^4\right]}=$$

$$\frac{(3b^2+a^2-c^2)^2\cdot\left[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}=\frac{(3b^2+a^2-c^2)^2\cdot(4b^2c^2-b^4-2b^2c^2-c^4+2a^2b^2+2a^2c^2-a^4)}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot(4a^2b^2-a^4-2a^2b^2-b^4+2a^2c^2+2b^2c^2-c^4)}=\frac{(3b^2+a^2-c^2)^2}{(b^2+c^2-a^2)^2},$$

отсюда $\frac{KM}{OK}=\frac{3b^2+a^2-c^2}{b^2+c^2-a^2}$, (15). Используя выражения (8) и (15), получим: $\frac{OM}{OK}=\frac{3b^2+a^2-c^2}{b^2+c^2-a^2}-1=\frac{3b^2+a^2-c^2-b^2-c^2+a^2}{b^2+c^2-a^2}=\frac{2(a^2+b^2-c^2)}{b^2+c^2-a^2}$, (16), что и требовалось доказать.

Задача. В ΔABC со сторонами $BC=a=6см$, $AC=b=5\sqrt{3}см$ и $AB=c=7{,}8см$ проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *AB* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O* (рис.7). Найти отношения: $\frac{CO}{OD}$ и $\frac{OM}{OK}$.

Дано:	Решение:
ΔABC BC=a=6см, AC=b=$5\sqrt{3}$см AB=c=7,8см	Воспользуемся выражением (7): $\frac{CO}{OD}=\frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{2\cdot(5\sqrt{3})^2}{6^2+(5\sqrt{3})^2-(7{,}8)^2}\approx 3.$ Воспользуемся выражением
$\frac{CO}{OD}$–? $\frac{OM}{OK}$–?	(16): $\frac{OM}{OK}=\frac{2(a^2+b^2-c^2)}{b^2+c^2-a^2}=\frac{2\left(6^2+(5\sqrt{3})^2-(7{,}8)^2\right)}{(5\sqrt{3})^2+(7{,}8)^2-6^2}\approx 1.$ Ответ: $\frac{CO}{OD}\approx 3$; $\frac{OM}{OK}\approx 1.$

8) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O*, которая находится на стороне *AB* (рис.8). Точки *D*, *K* и *O* совпадают. Следовательно, какие-либо отношения отрезков отсутствуют.

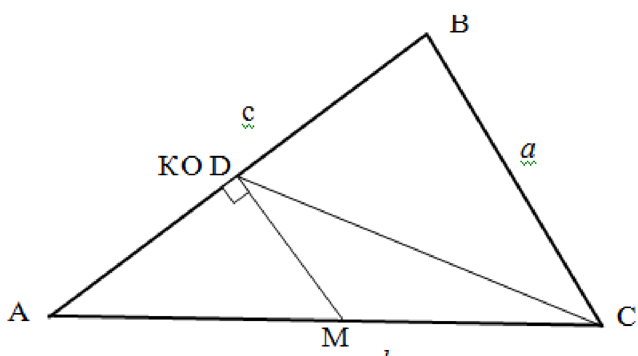

Рис. 8. Медиана к стороне AB и серединный перпендикуляр к стороне AB.

9) Пусть в остроугольном ΔABC проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O* (рис.9). Доказать, что эта точка делит медиану и серединный перпендикуляр в отношении: $\frac{CO}{OD}=\frac{MO}{OK}=\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}$.

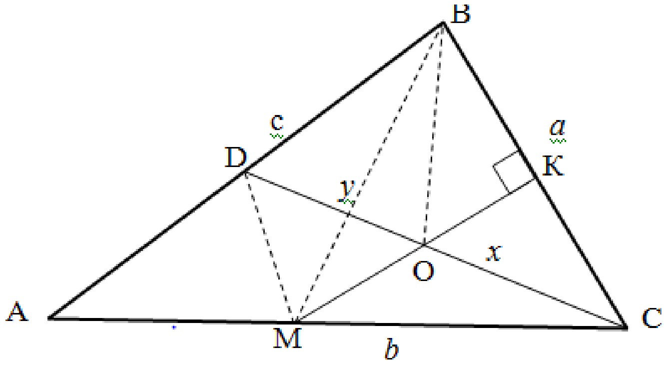

Рис. 9. Медиана к стороне АВ и серединный перпендикуляр к стороне ВС.

Доказательство. Обозначим *BC=a*, *AC=b*, *AB=c*, *CO=x*, *OD=y*. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников *CKO* и *BKO* следует равенство двух острых углов: $\angle KCO = \angle KBO$. Поэтому ΔBOC–равнобедренный, т.е. *CO=BO*. Известно, что медиана *CD* в ΔABC выражается формулой: $CD = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, (1). Из ΔBDC по теореме Стюарта имеем: $BC^2 \cdot OD + BD^2 \cdot CO - BO^2 \cdot CD = CD \cdot CO \cdot OD$, (2). Пусть *CO=BO=x* и *OD=y*, с учетом, что $BD = \frac{c}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $a^2y + \frac{c^2}{4} \cdot x - x^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = x \cdot y \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, или $4a^2y + c^2 \cdot x - 2x^2 \cdot \sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = xy \cdot 2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, (3). Учитывая, что $x+y = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, получим $y = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} - x$, (4). Используя выражения (3) и (4), получим: $4a^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} - x\right) + c^2x - 2x^2 \cdot \sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = 2x \cdot \sqrt{2a^2+2b^2-c^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} - x\right)$ или $2a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} - 4a^2x + c^2x - 2x^2 \cdot \sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = x(2a^2+2b^2-c^2) - 2x^2 \cdot \sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, отсюда $2a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = 4a^2x - c^2x + x(2a^2+2b^2-c^2)$, $2a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = x(4a^2 - c^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2)$, $2a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} = 2x \cdot (3a^2+b^2-c^2)$, тогда $x = \frac{a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3a^2+b^2-c^2}$, (5). Используя выражения (4) и (5), получим: $y = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2} - \frac{a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3a^2+b^2-c^2} = \frac{(3a^2+b^2-c^2)\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} - 2a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2(3a^2+b^2-c^2)} = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} \cdot (3a^2+b^2-c^2-2a^2)}{2(3a^2+b^2-c^2)} = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} \cdot (a^2+b^2-c^2)}{2(3a^2+b^2-bc^2)}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{x}{y} = \frac{a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3a^2+b^2-c^2} \cdot \frac{2(3a^2+b^2-c^2)}{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2} \cdot (a^2+b^2-c^2)} = \frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}$ или $\frac{x}{y} = \frac{CO}{OD} = \frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}$, (7), что и требовалось доказать. Четырёхугольник *CKDM* является трапецией, так как *KD*||*CM*, а *CD* и *KM* являются диагоналями. Из свойства диагоналей трапеции следует: треугольники, образованные отрезками диагоналей трапеции, стороны которых лежат на боковых сторонах трапеции – равновеликие (имеют одинаковую площадь). Треугольники COK и DOM равновеликие, то есть $S_{\Delta COK}= S_{\Delta DOM}$ или $\frac{1}{2}\cdot CO\cdot OK\cdot sin\angle COK=\frac{1}{2}\cdot OD\cdot MO\cdot sin\angle DOM$. Учитывая, что $\angle COK=\angle DOM$ (как вертикальные), получим: $CO\cdot OK=OD\cdot MO$ или $\frac{CO}{OD}=\frac{MO}{OK}$, (8) , что и требовалось доказать.

Задача. В ΔABC со сторонами $AC=b=8{,}5см$, $AB=c=7{,}8см$ проведены медиана CD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону BC в точке $К$, а сторону AC в точке M. Медиана CD пересекает сторону AB в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана CD пересекаются в точке O (рис.9). Найти сторону $BC=a$, если $\frac{CO}{OD}=\frac{3}{2}$.

Дано:	Решение:
ΔABC AC=b=8,5см AB=c=7,8см $\frac{CO}{OD}=\frac{3}{2}$	Воспользуемся выражением (7): $\frac{CO}{OD}=\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}$ или $\frac{CO}{OD}=\frac{3}{2}$, отсюда $\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{3}{2}$, $4a^2=3a^2+3b^2-3c^2$, тогда $a^2=3(b^2-c^2)=3((8{,}5)^2-(7{,}8)^2)=3\cdot 0{,}7\cdot 16{,}3=34{,}23$ см2, или a≈5,9см.
a –?	Ответ: a≈5,9см.

Список литературы / References

1. *Выгодский М.Я.* Справочник по элементарной математике. Москва. «Наука», 1986.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ РАЗНОИМЕННЫХ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ В ТУПОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Акопов В.В.

Email: Akopov1180@scientifictext.ru

Акопов Вачакан Ваграмович – учитель,
Муниципальное общеобразовательное учреждение
Средняя общеобразовательная школа № 6,
с. Полтавское, Курский район, Ставропольский край

Аннотация: *известно, что изучение геометрии начинается с треугольника и в какой-то степени он является основой геометрической науки. Также известно, что постоянно открываются его новые свойства и часто многие из них связаны с замечательными точками и линиями треугольника. В данной статье рассматривается исследование точек пересечения разноимённых замечательных линий в тупоугольном треугольнике.*

Ключевые слова: *тупоугольный треугольник, серединный перпендикуляр, медиана, точка пересечения.*

A STUDY OF THE POINTS OF INTERSECTION OF OPPOSITE THE GREAT LINES IN AN OBTUSE TRIANGLE

Akopov V.V.

Akopov Vachakan Vagramovich - Teacher,
MUNICIPAL EDUCATIONAL INSTITUTION
SECONDARY SCHOOL № 6,
VILLAGE POLTAVA, KURSK DISTRICT, STAVROPOL TERRITORY

Abstract: *it is known that the study of geometry begins with the triangle and to some extent it is the Foundation of geometrical science. It is also known that it is constantly opening new properties and often many of them are associated with remarkable points and lines of the triangle. In this article, we study the intersection points of opposite the great lines in an obtuse triangle.*
Keywords: *obtuse triangle, a perpendicular bisector, median, the point of intersection.*

УДК 51

Проведём исследование точек пересечения разноименных замечательных линий в тупоугольном треугольнике: серединного перпендикуляра и медианы.

«Серединный перпендикуляр треугольника – это перпендикуляр, проведённый к середине стороны треугольника. Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий любую вершину треугольника с серединой противоположной стороны» [1].

1) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана BD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону BC в точке K, а сторону AC в точке M. Медиана BD пересекает сторону AC в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана BD пересекаются в точке O (вне треугольника на их продолжении) (рис.1). Доказать, что при этом справедливы отношения: $\frac{BD}{OD}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}$ и $\frac{KM}{OM}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{2(b^2-a^2-c^2)}$, $\frac{BD}{OD}:\frac{KM}{OM}=2$.

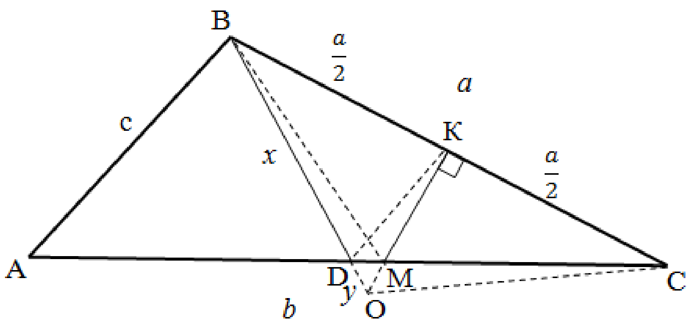

Рис. 1. Медиана к стороне AC и серединный перпендикуляр к стороне BC.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $BD=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников BKO и CKO следует равенство двух острых углов: $\angle KBO=\angle KCO$. Поэтому ΔBOC–равнобедренный, т.е. $BO=OC$. Известно, что медиана BD в ΔABC выражается формулой: $BD=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$, (1). Из ΔBOC по теореме Стюарта имеем: $BC^2\cdot OD+OC^2\cdot BD-CD^2\cdot BO=BO\cdot BD\cdot OD$, (2). Учитывая, что $OC=BO=BD+OD=x+y$, $CD=\frac{b}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $a^2y+(x+y)^2x-\frac{b^2}{4}(x+y)=(x+y)xy$, $4a^2y+4x(x^2+2xy+y^2)-b^2x-b^2y=4x^2y+4xy^2$, $4a^2y+4x^3+8x^2y+4xy^2-b^2x-b^2y=4x^2y+4xy^2$, $4a^2y+4x^2y-b^2y=b^2x-4x^3$, $y(4a^2+4x^2-b^2)=x(b^2-4x^2)$ или $y\left(4a^2-(b^2-4x^2)\right)=x(b^2-4x^2)$, отсюда $\frac{x}{y}=\frac{4a^2-(b^2-4x^2)}{b^2-4x^2}=\frac{4a^2}{b^2-4x^2}-1$, (3). Используя выражения (1) и (3), получим: $\frac{x}{y}=\frac{4a^2}{b^2-4\cdot\frac{1}{4}(2a^2+2c^2-b^2)}-1=\frac{4a^2}{b^2-2a^2-2c^2+b^2}-1=\frac{2a^2}{b^2-a^2-c^2}-1=\frac{2a^2-b^2+a^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}$ или $\frac{BD}{OD}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}$, (4), что и требовалось доказать. Из ΔDKC по теореме Стюарта имеем: $DK^2\cdot MC+KC^2\cdot DM-KM^2\cdot CD=CD\cdot DM\cdot MC$, (5). Учитывая, что $DK=\frac{c}{2}$ (средняя линия ΔABC), $KC=\frac{a}{2}$, $DM=CD-MC=\frac{b}{2}-MC$, то выражение (5) примет вид: $\frac{c^2}{4}\cdot MC+$

$\frac{a^2}{4}\left(\frac{b}{2}-MC\right)-KM^2\cdot\frac{b}{2}=\frac{b}{2}\cdot MC\cdot\left(\frac{b}{2}-MC\right)$, $\quad \frac{c^2}{4}\cdot MC+\frac{a^2b}{8}-\frac{a^2\cdot MC}{4}-\frac{b\cdot KM^2}{2}=\frac{b^2}{4}\cdot MC-\frac{b}{2}\cdot MC^2$, $2c^2\cdot MC+a^2b-2a^2\cdot MC-4b\cdot KM^2=2b^2\cdot MC-4b\cdot MC^2$, (6). Из прямоугольного ΔMKC по теореме Пифагора имеем: $KM^2=MC^2-KC^2=MC^2-\frac{a^2}{4}$, (7). Используя выражения (6) и (7), получим: $2c^2\cdot MC+a^2b-2a^2\cdot MC-4b\cdot MC^2+a^2b=2b^2\cdot MC-4b\cdot MC^2$, $2a^2b=2\,MC(a^2+b^2-c^2)$, отсюда $MC=\frac{a^2b}{a^2+b^2-c^2}$, (8). Из выражений (1) и (4), находим: $y=\frac{x(b^2-a^2-c^2)}{3a^2-b^2+c^2}=\frac{(b^2-a^2-c^2)\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2(3a^2-b^2+c^2)}$, (9). Используя выражения (1) и (9), найдем: $BO=x+y=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2}+\frac{(b^2-a^2-c^2)\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2(3a^2-b^2+c^2)}$

$=\frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot(3a^2-b^2+c^2+b^2-a^2-c^2)}{2(3a^2-b^2+c^2)}=\frac{a^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{3a^2-b^2+c^2}$, (10). Из прямоугольного ΔOKB по теореме Пифагора имеем: $OK^2=BO^2-BK^2=BO^2-\frac{a^2}{4}$, (11). Используя выражения (10) и (11), получим:

$OK^2=\frac{a^4(2a^2+2c^2-b^2)}{(3a^2-b^2+c^2)^2}-\frac{a^2}{4}=\frac{4a^4(2a^2+2c^2-b^2)-a^2(3a^2-b^2+c^2)^2}{4(3a^2-b^2+c^2)^2}=$
$\frac{a^2(8a^4+8a^2c^2-4a^2b^2-9a^4+6a^2b^2-b^4-6a^2c^2+2b^2c^2-c^4)}{4(3a^2-b^2+c^2)^2}=\frac{a^2(2a^2b^2+2a^2c^2+2a^2b^2-a^4-b^4-c^4)}{4(3a^2-b^2+c^2)^2}$, (12).

Используя выражения (7) и (8), получим: $KM^2=\frac{a^4b^2}{(a^2+b^2-c^2)^2}-\frac{a^2}{4}=\frac{4a^4b^2-a^2(a^2+b^2-c^2)^2}{4(a^2+b^2-c^2)^2}=\frac{a^2(4a^2b^2-a^4-2a^2b^2-b^4+2a^2c^2+2b^2c^2-c^4)}{4(a^2+b^2-c^2)^2}=\frac{a^2(2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)}{4(a^2+b^2-c^2)^2}$, (13). Учитывая, что *OK=KM+OM*, и, разделив обе части на *KM*, получим: $\frac{OK}{KM}=1+\frac{OM}{KM}$, отсюда $\frac{OM}{KM}=\frac{OK}{KM}-1$, (14). Используя выражения (12) и (13), будем иметь: $\frac{OK^2}{KM^2}=\frac{a^2(2a^2b^2+2a^2c^2+2a^2b^2-a^4-b^4-c^4)}{4(3a^2-b^2+c^2)^2}\cdot\frac{4(a^2+b^2-c^2)^2}{a^2(2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)}=\frac{(a^2+b^2-c^2)^2}{(3a^2-b^2+c^2)^2}$, отсюда $\frac{OK}{KM}=\frac{a^2+b^2-c^2}{3a^2-b^2+c^2}$, (15). Тогда, используя выражения (14) и (15), получим: $\frac{OM}{KM}=\frac{a^2+b^2-c^2}{3a^2-b^2+c^2}-1=\frac{a^2+b^2-c^2-3a^2+b^2-c^2}{3a^2-b^2+c^2}=\frac{2(b^2-a^2-c^2)}{3a^2-b^2+c^2}$, отсюда $\frac{KM}{OM}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{2(b^2-a^2-c^2)}$, (16), что и требовалось доказать. Сравним выражения (4) и (16), для этого воспользуемся их отношением: $\frac{BD}{OD}:\frac{KM}{OM}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}\cdot\frac{2(b^2-a^2-c^2)}{3a^2-b^2+c^2}=2$, (17) , что и требовалось доказать.

Задача. В тупоугольном ΔABC со сторонами *BC=a=8см*, *AC=b=14см* и *AB=c=10см* проведены медиана *BD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *BD* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *BD* пересекаются в точке *O* (рис.1). Найти отношения $\frac{BD}{OD}$, $\frac{KM}{OM}$ и сравнить их.

Дано:	Решение:
ΔABC *BC=a=8см* *AC=b=14см* *AB=c=10см*	Воспользуемся выражением (4): $\frac{BD}{OD}=\frac{3a^2-b^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}=\frac{3\cdot 64-196+100}{196-64-100}=\frac{96}{32}=3.$ Воспользуемся выражением (17): $\frac{BD}{OD}:\frac{KM}{OM}=2$, отсюда $\frac{KM}{OM}=\frac{\frac{BD}{OD}}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5.$
$\frac{BD}{OD}$–? $\frac{KM}{OM}$–?	

Ответ: $\frac{BD}{OD}=3$; $\frac{KM}{OM}=1{,}5$; $\frac{BD}{OD}:\frac{KM}{OM}=2.$

2) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *BD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *BD* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана

BD пересекаются в точке O (вне треугольника на их продолжении) (рис.2). Доказать, что при этом справедливы отношения: $\frac{BD}{OD} = \frac{a^2-b^2+3c^2}{b^2-a^2-c^2}$ и $\frac{KM}{OM} = \frac{a^2-b^2+3c^2}{2(b^2-a^2-c^2)}$, $\frac{BD}{OD}: \frac{KM}{OM} = 2$.

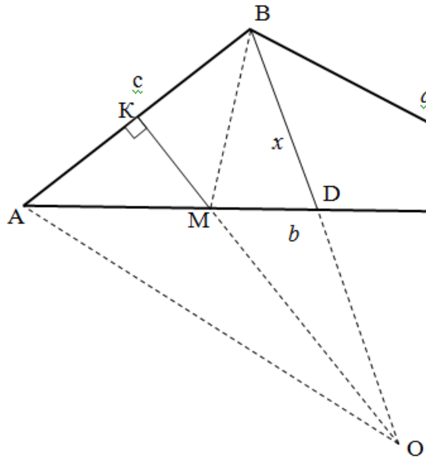

Рис. 2. Медиана к стороне AC и серединный перпендикуляр к стороне AB.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $BD=x$, $OD=y$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников BKO и AKO следует равенство двух острых углов: $\angle KBO = \angle KAO$. Поэтому ΔABO–равнобедренный, т.е. $BO=AO$. Известно, что медиана BD в ΔABC выражается формулой: $BD = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$, (1). Из ΔAOB по теореме Стюарта имеем: $c^2 \cdot y + AO^2 \cdot x - AD^2 \cdot BO = BO \cdot x \cdot y$, (2). Учитывая, что $AO=BO$ и $BO=x+y$, $AD = \frac{b}{2}$, и, используя выражения (1) и (2), получим: $c^2y+(x+y)^2x - \frac{b^2}{4}(x+y) = (x+y)xy$, $4c^2y + 4x(x^2+2xy+y^2) - b^2(x+y) = 4x^2y + 4xy^2$, $4c^2y + 4x^3 + 8x^2y + 4xy^2 - b^2x - b^2y = 4x^2y + 4xy^2$, $4c^2y + 4x^2y - b^2y = b^2x - 4x^3$, $y(4c^2+4x^2-b^2) = x(b^2-4x^2)$ или $\frac{x}{y} = \frac{4c^2-(b^2-4x^2)}{b^2-4x^2} = \frac{4c^2}{b^2-4x^2} - 1$, (3). Используя выражения (1) и (3), получим: $\frac{x}{y} = \frac{4c^2}{b^2-4\cdot\frac{1}{4}(2a^2+2c^2-b^2)} - 1 = \frac{4c^2}{b^2-2a^2-2c^2+b^2} - 1 = \frac{4c^2}{2(b^2-a^2-c^2)} - 1 = \frac{2c^2-b^2+a^2+c^2}{b^2-a^2-c^2}$ или $\frac{x}{y} = \frac{BD}{OD} = \frac{a^2-b^2+3c^2}{b^2-a^2-c^2}$, (4), что и требовалось доказать. Учитывая, что $OK=KM+OM$, и, разделив обе части на KM, получим: $\frac{OK}{KM} = 1 + \frac{OM}{KM}$, отсюда $\frac{OM}{KM} = \frac{OK}{KM} - 1$, (5). Из прямоугольного ΔOKB по теореме Пифагора имеем: $OK^2 = BO^2 - BK^2 = BO^2 - \frac{c^2}{4}$, (6). Используя выражения (1) и (4), найдём $y = \frac{x(b^2-a^2-c^2)}{a^2-b^2+3c^2} = \frac{(b^2-a^2-c^2)\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2(a^2-b^2+3c^2)}$, (7). Используя выражения (1) и (7), найдем:

$$BO = x + y = \frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2} + \frac{(b^2-a^2-c^2)\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{2(a^2-b^2+3c^2)} = \frac{\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}\cdot(a^2-b^2+3c^2+b^2-a^2-c^2)}{2(a^2-b^2+3c^2)} =$$

$\frac{c^2\cdot\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}}{a^2-b^2+3c^2}$, (8). Используя выражения (6) и (8), получим: $OK^2 = \frac{c^4(2a^2+2c^2-b^2)}{(a^2-b^2+3c^2)^2} - \frac{c^2}{4} = \frac{4c^4(2a^2+2c^2-b^2)-c^2(a^2-b^2+3c^2)^2}{4(a^2-b^2+3c^2)^2} = \frac{c^2(8c^4+8a^2c^2-4b^2c^2-9c^4+6b^2c^2-a^4-6a^2c^2+2a^2b^2-b^4)}{4(a^2-b^2+3c^2)^2} =$

$\frac{c^2(2a^2c^2+2a^2b^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)}{4(a^2-b^2+3c^2)^2}$, (9). Из прямоугольного ΔAKM по теореме Пифагора будем иметь: $KM^2 = AM^2 - AK^2 = AM^2 - \frac{c^2}{4}$, (10). Из ΔABC по теореме Стюарта имеем: $c^2 \cdot CM + a^2 \cdot AM - BM^2 \cdot b = b \cdot AM \cdot CM$, (11). Используя выражение (11), с учётом, что *BM=AM* и *CM=b–AM*, получим: $c^2 \cdot (b - AM) + a^2 \cdot AM - b \cdot AM^2 = b \cdot AM \cdot (b - AM)$ или $bc^2 - AM \cdot c^2 + a^2 \cdot AM - b \cdot AM^2 = b^2 \cdot AM - b \cdot AM^2$, отсюда $AM = \frac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}$, (12). Используя выражения (10) и (12), имеем: $KM^2 = \frac{b^2c^4}{(b^2+c^2-a^2)^2} - \frac{c^2}{4} = \frac{c^2\left[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2} = \frac{c^2(4b^2c^2-b^4-2b^2c^2-c^4+2a^2c^2+2a^2b^2-a^4)}{4(b^2+c^2-a^2)^2} = \frac{c^2(2a^2c^2+2a^2b^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)}{4(b^2+c^2-a^2)^2}$, (13). Используя выражения (9) и (13), получим: $\frac{OK^2}{KM^2} = \frac{c^2(2a^2c^2+2a^2b^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)}{4(a^2-b^2+3c^2)^2} \cdot \frac{4(b^2+c^2-a^2)^2}{c^2(2a^2c^2+2a^2b^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)} = \frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{(a^2-b^2+3c^2)^2}$, отсюда $\frac{OK}{KM} = \frac{b^2+c^2-a^2}{a^2-b^2+3c^2}$, (14). Используя выражения (5) и (14), будем иметь: $\frac{OM}{KM} = \frac{b^2+c^2-a^2}{a^2-b^2+3c^2} - 1 = \frac{b^2+c^2-a^2-a^2+b^2-3c^2}{a^2-b^2+3c^2} = \frac{2(b^2-a^2-c^2)}{a^2-b^2+3c^2}$, отсюда $\frac{KM}{OM} = \frac{a^2-b^2+3c^2}{2(b^2-a^2-c^2)}$, (15), что и требовалось доказать. Сравним выражения (4) и (15), для этого воспользуемся их отношением: $\frac{BD}{OD} : \frac{KM}{OM} = \frac{a^2-b^2+3c^2}{b^2-a^2-c^2} \cdot \frac{2(b^2-a^2-c^2)}{a^2-b^2+3c^2} = 2$, (16) , что и требовалось доказать.

Задача. В тупоугольном ΔABC со сторонами *BC=a=9см*, *AB=c=*$5\sqrt{5}$*см* проведены медиана *BD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *BD* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *BD* пересекаются в точке *O* (вне треугольника на их продолжении) (рис.2). Найти сторону *AC=b*, если $\frac{BD}{OD} = 4$.

Дано:	Решение:
ΔABC *BC=a=9см*, *AB=c=*$5\sqrt{5}$*см* $\frac{BD}{OD} = 4$ *AC*–?	Воспользуемся выражением (4): $\frac{BD}{OD} = \frac{a^2-b^2+3c^2}{b^2-a^2-c^2}$ или $\frac{9^2-b^2+3(5\sqrt{5})^2}{b^2-9^2-(5\sqrt{5})^2} = 4$, $456 - b^2 = 4b^2 - 824$, отсюда $5b^2 = 1280$; $b^2 = 256$; *b =16см*; *AC=16см*.

Ответ: *AC=16см*.

3) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *BD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *BD* пересекает сторону *AC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *BD* пересекаются в точке *O*, которая находится на середине стороны *AC* (рис. 3). Точки *D*, *K* и *O* совпадают. Следовательно, какие-либо отношения отрезков отсутствуют.

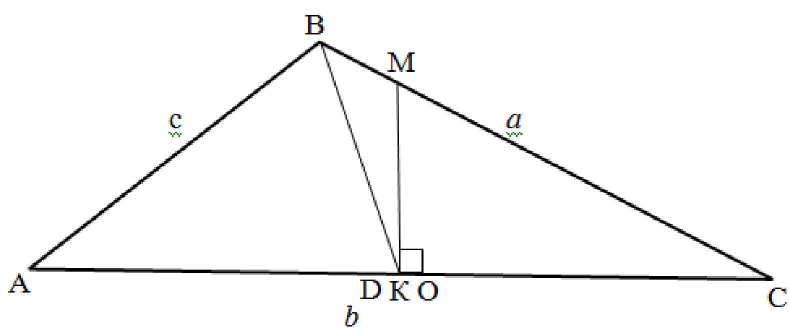

Рис. 3. Медиана к стороне AC и серединный перпендикуляр к стороне AC.

4) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана AD и серединный перпендикуляр KM. Серединный перпендикуляр KM пересекает сторону AB в точке K, а сторону AC в точке M. Медиана AD пересекает сторону BC в точке D. Серединный перпендикуляр KM и медиана AD пересекаются в точке O (рис.4). Доказать, что при этом справедливы отношения: $\frac{OD}{AO} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c^2}$, $\frac{OM}{OK} = \frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2}$ и $\frac{OD}{AO} \cdot \frac{OM}{OK} = 1$.

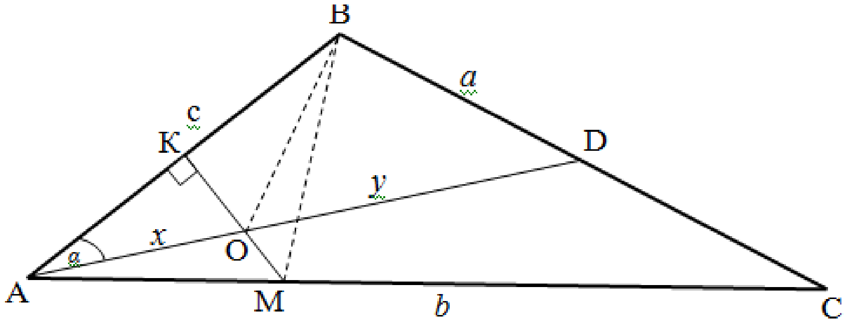

Рис. 4. Медиана к стороне BC и серединный перпендикуляр к стороне AB.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $AO=x$, $OD=y$, $\angle BAD = \alpha$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Из условия равенства прямоугольных треугольников AKM и BKM следует равенство двух острых углов: $\angle KAM = \angle KBM$. Поэтому ΔAMB–равнобедренный, т.е. $AM=BM$. Учитывая, что $AD=AO+OD$ и, разделив обе части этого равенства на AO, получим: $\frac{AD}{AO} = 1 + \frac{OD}{AO}$ или $\frac{AD}{x} = 1 + \frac{y}{x}$, отсюда $\frac{y}{x} = \frac{AD}{x} - 1$ (1). Из прямоугольного ΔAKO: $cos\alpha = \frac{c}{2x}$, (2). Из ΔABD по теореме косинусов найдём: $\frac{a^2}{4} = c^2 + AD^2 - 2c \cdot AD \cdot cos\alpha$, отсюда $cos\alpha = \frac{4c^2+4AD^2-a^2}{8c\cdot AD}$, (3). Приравняв выражения (2) и (3), получим: $\frac{c}{2x} = \frac{4c^2+4AD^2-a^2}{8c\cdot AD}$, отсюда $\frac{AD}{x} = \frac{4c^2+4AD^2-a^2}{4c^2}$, (4). Используя выражения (1) и (4), найдем: $\frac{y}{x} = \frac{4c^2+4AD^2-a^2}{4c^2} - 1 = \frac{4c^2+4AD^2-a^2-4c^2}{4c^2} = \frac{4AD^2-a^2}{4c^2}$, (5). Известно, что медиана AD в ΔABC выражается формулой: $AD = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{y}{x} = \frac{\frac{4(2b^2+2c^2-a^2)}{4} - a^2}{4c^2} = \frac{2b^2+2c^2-a^2-a^2}{4c^2}$ или $\frac{y}{x} = \frac{OD}{AO} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c^2}$, (7), что и требовалось доказать. Учитывая, что $KM=OM+OK$, и, разделив обе части на OK, получим: $\frac{KM}{OK} = \frac{OM}{OK} + 1$, отсюда $\frac{OM}{OK} = \frac{KM}{OK} - 1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов найдём: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$, отсюда $cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, (9). Из прямоугольного ΔAKM: $cos\alpha = \frac{c}{2\cdot AM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{c}{2\cdot AM}$, отсюда $AM = \frac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}$, (11). Из прямоугольного ΔAKM по теореме Пифагора имеем: $KM^2 = AM^2 - AK^2 = \frac{b^2c^4}{(b^2+c^2-a^2)^2} - \frac{c^2}{4} = \frac{c^2\left[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔAKO по теореме Пифагора находим: $OK^2 = AO^2 - AK^2 = x^2 - \frac{c^2}{4} = \frac{4x^2-c^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2} = \frac{c^2\left[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2\right]}{4(b^2+c^2-a^2)^2} \cdot \frac{4}{4x^2-c^2} = \frac{c^2\left[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2(4x^2-c^2)}$, (14). Используя выражение (7), найдём: $\frac{y}{x} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c^2}$, отсюда $y = \frac{x(b^2+c^2-a^2)}{2c^2}$, (15). Используя выражение (6), с учётом, что $y=AD-x$, получим: $y = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2} - x = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-2x}{2}$, (16). Приравняв

выражения (15) и (16), будем иметь: $\frac{x(b^2+c^2-a^2)}{2c^2} = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-2x}{2}$ или $x(b^2+c^2-a^2)+2xc^2 = c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, $x(b^2+c^2-a^2+2c^2) = c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, отсюда $x = \frac{c^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{b^2-a^2+3c^2}$ или $x^2 = \frac{c^4(2b^2+2c^2-a^2)}{(b^2-a^2+3c^2)^2}$, (17). Используя выражения (14) и (17), получим: $\frac{KM^2}{OK^2} = \frac{c^2\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\left[\frac{4c^4(2b^2+2c^2-a^2)}{\left(b^2-a^2+3c^2\right)^2}-c^2\right]} = \frac{\left(b^2-a^2+3c^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4c^2(2b^2+2c^2-a^2)-(b^2-a^2+3c^2)^2\right]} =$
$\frac{\left(b^2-a^2+3c^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4c^2\left((b^2+c^2-a^2)+(b^2+c^2)\right)-\left((b^2+c^2-a^2)+2c^2\right)^2\right]} =$
$\frac{\left(b^2-a^2+3c^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot\left[4c^2(b^2+c^2-a^2)+4b^2c^2+4c^4-(b^2+c^2-a^2)^2-4c^2(b^2+c^2-a^2)-4c^4\right]} =$
$\frac{\left(b^2-a^2+3c^2\right)^2\cdot\left[4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2\right]}{(b^2+c^2-a^2)^2\cdot[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2]} = \frac{\left(b^2-a^2+3c^2\right)^2}{(b^2+c^2-a^2)^2}$, отсюда $\frac{KM}{OK} = \frac{b^2-a^2+3c^2}{b^2+c^2-a^2}$, (18). Используя выражения (8) и (18), получим: $\frac{OM}{OK} = \frac{b^2-a^2+3c^2}{b^2+c^2-a^2} - 1 = \frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2}$, (19), что и требовалось доказать. Перемножив выражения (7) и (19), получим: $\frac{OD}{AO}\cdot\frac{OM}{OK} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c^2}\cdot\frac{2c^2}{b^2+c^2-a^2} = 1$, что и требовалось доказать.

Задача. В тупоугольном ΔABC со сторонами *BC=a=8см* и *AB=c=6см* проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O* (рис.4). Найти сторону *AC=b*, если $\frac{OD}{AO} = 2$.

Дано:	Решение:
ΔABC *BC=a=8см*, *AB=c=6см*, $\frac{OD}{AO} = 2$	Воспользуемся выражением (7): $\frac{OD}{AO} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c^2}$ или $\frac{b^2+36-64}{2\cdot 36} = 2$. $b^2 = 144+28 = 172$ или $b = \sqrt{172} = 2\sqrt{43}$ *см.*
b –?	

Ответ: $b = 2\sqrt{43}$ *см*

5) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *BC* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O* (рис.5). Доказать, что при этом справедливы отношения: $\frac{OD}{AO} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2b^2}$ и $\frac{OM}{OK} = \frac{2\left(b^2+c^2-a^2\right)}{a^2+b^2-c^2}$.

Доказательство. Обозначим *BC=a*, *AC=b*, *AB=c*, *AO=x*, *OD=y*, $\angle CAD = \alpha$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Учитывая, что *AD= AO+OD* и, разделив обе части этого равенства на *AO*, получим: $\frac{AD}{AO} = 1 + \frac{OD}{AO}$ или $\frac{AD}{x} = 1 + \frac{y}{x}$, отсюда $\frac{y}{x} = \frac{AD}{x} - 1$ (1). Из прямоугольного ΔAKO: $cos\alpha = \frac{AK}{x} = \frac{b}{2x}$, (2).

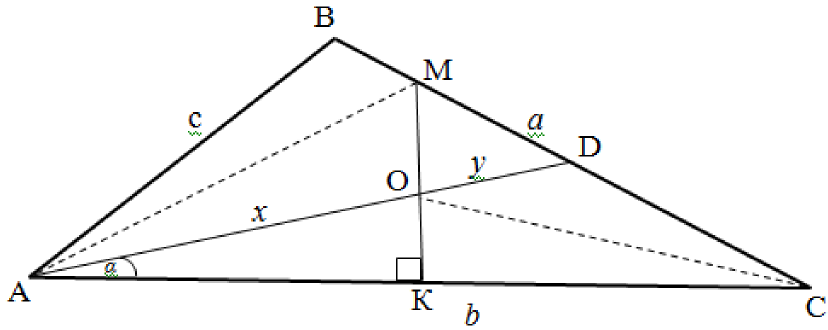

Рис. 5. Медиана к стороне ВС и серединный перпендикуляр к стороне АС.

Из ΔADC по теореме косинусов найдём: $\frac{a^2}{4} = b^2 + AD^2 - 2b \cdot AD \cdot cos\alpha$, $a^2 = 4AD^2 + 4b^2 - 8b \cdot AD \cdot cos\alpha$ отсюда $cos\alpha = \frac{4b^2+4AD^2-a^2}{8b \cdot AD}$, (3). Приравняв выражения (2) и (3), получим: $\frac{b}{2x} = \frac{4b^2+4AD^2-a^2}{8b \cdot AD}$, отсюда $\frac{AD}{x} = \frac{4b^2+4AD^2-a^2}{4b^2}$, (4). Используя выражения (1) и (4), найдем: $\frac{y}{x} = \frac{4b^2+4AD^2-a^2}{4b^2} - 1 = \frac{4b^2+4AD^2-a^2-4b^2}{4b^2} = \frac{4AD^2-a^2}{4b^2}$, (5). Известно, что медиана *AD* в ΔABC выражается формулой: $AD = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{y}{x} = \frac{\frac{4(2b^2+2c^2-a^2)}{4} - a^2}{4b^2} = \frac{2b^2+2c^2-a^2-a^2}{4b^2}$ или $\frac{y}{x} = \frac{OD}{AO} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2b^2}$, (7), что и требовалось доказать. Учитывая, что *KM=OM+OK*, и, разделив обе части на *OK*, получим: $\frac{KM}{OK} = \frac{OM}{OK} + 1$, отсюда $\frac{OM}{OK} = \frac{KM}{OK} - 1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов найдём: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos\alpha$, отсюда $cos\alpha = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, (9). Из прямоугольного ΔCKM: $cosC = \frac{b}{2 \cdot CM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{b}{2 \cdot CM}$, отсюда $CM = \frac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}$, (11). Из прямоугольного ΔCKM по теореме Пифагора имеем: $KM^2 = CM^2 - KC^2$, тогда, используя выражение (11), получим:

$KM^2 = \frac{a^2b^4}{(a^2+b^2-c^2)^2} - \frac{b^2}{4} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔAKO по теореме Пифагора находим: $OK^2 = AO^2 - AK^2 = x^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{4x^2-b^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2} \cdot \frac{4}{4x^2-b^2} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2(4x^2-b^2)}$, (14). Используя выражение (7), найдём: $\frac{y}{x} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2b^2}$, отсюда $y = \frac{x(b^2+c^2-a^2)}{2b^2}$, (15). Используя выражение (6), с учётом, что *y=AD*−*x*, получим: $y = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2} - x = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-2x}{2}$, (16). Приравняв выражения (15) и (16), будем иметь: $\frac{x(b^2+c^2-a^2)}{2b^2} = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}-2x}{2}$ или $x(b^2+c^2-a^2) + 2xb^2 = b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$, отсюда $x = \frac{b^2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{c^2-a^2+3b^2}$ или $x^2 = \frac{b^4(2b^2+2c^2-a^2)}{(c^2-a^2+3b^2)^2}$, (17). Используя выражения (14) и (17), получим:

$$\frac{KM^2}{OK^2} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\left[\frac{4b^4(2b^2+2c^2-a^2)}{(c^2-a^2+3b^2)^2} - b^2\right]} = \frac{(c^2-a^2+3b^2)^2 \cdot \left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2 \cdot \left[4b^2(2b^2+2c^2-a^2)-(c^2-a^2+3b^2)^2\right]} =$$

$$\frac{(c^2-a^2+3b^2)^2\cdot\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[4b^2\left((b^2+c^2-a^2)+(b^2+c^2)\right)-\left((b^2+c^2-a^2)+2b^2\right)^2\right]}=$$

$$\frac{(c^2-a^2+3b^2)^2\cdot\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot[4b^2(b^2+c^2-a^2)+4b^2c^2+4b^4-(b^2+c^2-a^2)^2-4b^2(b^2+c^2-a^2)-4b^4]}=$$

$$\frac{(c^2-a^2+3b^2)^2\cdot\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot[4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2]}=\frac{(c^2-a^2+3b^2)^2\cdot(4a^2b^2-a^4-2a^2b^2-b^4+2a^2c^2+2b^2c^2-c^4)}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot(4b^2c^2-b^4-2b^2c^2-c^4+2a^2b^2+2a^2c^2-a^4)}=\frac{(c^2-a^2+3b^2)^2}{(a^2+b^2-c^2)^2},$$

отсюда $\frac{KM}{OK}=\frac{c^2-a^2+3b^2}{a^2+b^2-c^2}$, (18). Используя выражения (8) и (18), получим: $\frac{OM}{OK}=\frac{c^2-a^2+3b^2}{a^2+b^2-c^2}-1=\frac{c^2-a^2+3b^2-a^2-b^2+c^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{2(b^2+c^2-a^2)}{a^2+b^2-c^2}$, (19), что и требовалось доказать.

Задача. В тупоугольном ΔABC со сторонами *BC=a=10,4см*, *AC=b=13см*, *AB=c=6,4см* проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *BC* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O* (рис.5). Найти отношения $\frac{OD}{AO}$ и $\frac{OM}{OK}$.

Дано:	Решение:
ΔABC	Воспользуемся выражением (7):
BC=a=10,4с *м AC=b=13см*	$\frac{OD}{AO}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2b^2}=\frac{169+40{,}96-108{,}16}{2\cdot169}=0{,}3.$
AB=c=6,4см	Воспользуемся выражением (19):
$\frac{OD}{AO}$–? $\frac{OM}{OK}$–?	$\frac{OM}{OK}=\frac{2(b^2+c^2-a^2)}{a^2+b^2-c^2}=\frac{2(169+40{,}96-108{,}16)}{108{,}16+169-40{,}96}=0{,}86.$

Ответ: $\frac{OD}{AO}=0{,}3$; $\frac{OM}{OK}=0{,}86$.

6) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *AD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *AD* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *AD* пересекаются в точке *O*, которая находится на середине стороны *BC* (рис.6). Точки *D*, *K* и *O* совпадают. Следовательно, какие-либо отношения отрезков отсутствуют.

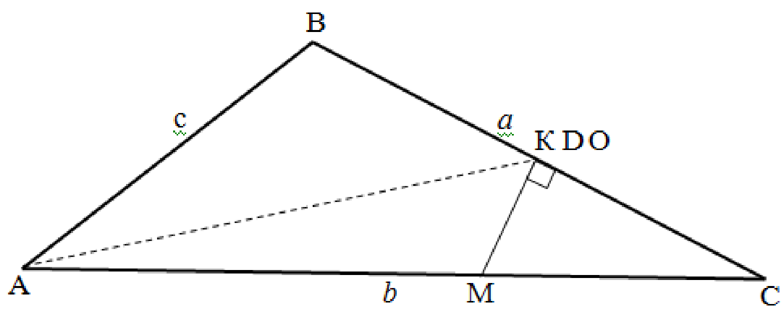

Рис. 6. Медиана к стороне BC и серединный перпендикуляр к стороне BC.

7) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *M*, а сторону *BC* в точке *K*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O* (рис.7). Доказать, что при этом справедливы отношения: $\frac{OD}{CO}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2a^2}$, $\frac{OM}{OK}=\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}$ и $\frac{OD}{CO}\cdot\frac{OM}{OK}=1$.

Доказательство. Обозначим *BC=a*, *AC=b*, *AB=c*, *CO=x*, *OD=y*, $\angle BCD=\alpha$. Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Учитывая, что

CD= *OD*+*CO* и, разделив обе части этого равенства на *CO*, получим: $\frac{CD}{CO} = 1 + \frac{OD}{CO}$ или $\frac{CD}{x} = 1 + \frac{y}{x}$, отсюда $\frac{y}{x} = \frac{CD}{x} - 1$ (1). Из прямоугольного ΔCKO: $cos\alpha = \frac{CK}{CO} = \frac{a}{2x}$, (2).

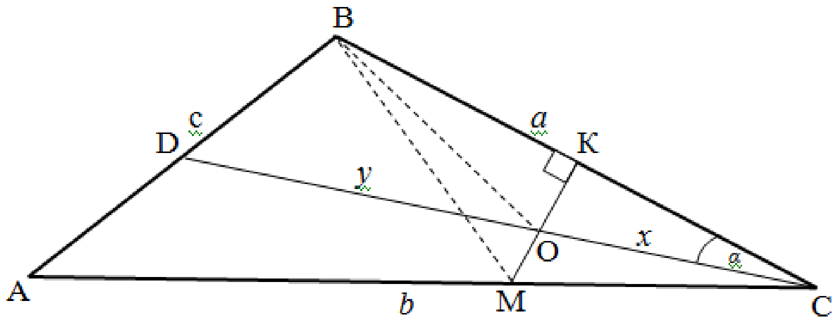

Рис. 7. Медиана к стороне AB и серединный перпендикуляр к стороне BC.

Из ΔBDC по теореме косинусов найдём: $\frac{c^2}{4} = a^2 + CD^2 - 2a \cdot CD \cdot cos\alpha$, $c^2 = 4CD^2 + 4a^2 - 8a \cdot CD \cdot cos\alpha$ отсюда $cos\alpha = \frac{4a^2+4CD^2-c^2}{8a \cdot CD}$, (3). Приравняв выражения (2) и (3), получим: $\frac{a}{2x} = \frac{4a^2+4CD^2-c^2}{8a \cdot CD}$, отсюда $\frac{CD}{x} = \frac{4a^2+4CD^2-c^2}{4a^2}$, (4). Используя выражения (1) и (4), найдем: $\frac{y}{x} = \frac{CD}{x} - 1 = \frac{4a^2+4CD^2-c^2}{4a^2} - 1 = \frac{4CD^2-c^2}{4a^2}$, (5). Известно, что медиана *CD* в ΔABC выражается формулой: $CD = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{y}{x} = \frac{\frac{4(2a^2+2b^2-c^2)}{4} - c^2}{4a^2} = \frac{2a^2+2b^2-c^2-c^2}{4a^2}$ или $\frac{y}{x} = \frac{OD}{CO} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2a^2}$, (7), что и требовалось доказать. Учитывая, что *KM*=*OM*+*OK*, и, разделив обе части на *OK*, получим: $\frac{KM}{OK} = \frac{OM}{OK} + 1$, отсюда $\frac{OM}{OK} = \frac{KM}{OK} - 1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов найдём: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cosC$, отсюда $cosC = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, (9). Из прямоугольного ΔCKM: $cosC = \frac{a}{2 \cdot CM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{a}{2 \cdot CM}$, отсюда $CM = \frac{a^2 b}{a^2+b^2-c^2}$, (11). Из прямоугольного ΔCKM по теореме Пифагора имеем: $KM^2 = CM^2 - KC^2$, тогда, используя выражение (11), получим: $KM^2 = \frac{a^4 b^2}{(a^2+b^2-c^2)^2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔCKO по теореме Пифагора находим: $OK^2 = CO^2 - KC^2 = x^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4x^2-a^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2} = \frac{a^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2} \cdot \frac{4}{4x^2-a^2} = \frac{a^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2(4x^2-a^2)}$, (14). Используя выражение (7), получим: $\frac{y}{x} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2a^2}$, отсюда $y = \frac{x(a^2+b^2-c^2)}{2a^2}$, (15). Используя выражение (6), с учётом, что *y*=*CD*−*x*, получим: $y = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2} - x = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-2x}{2}$, (16). Приравняв выражения (15) и (16), будем иметь: $\frac{x(a^2+b^2-c^2)}{2a^2} = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-2x}{2}$ или $x(a^2 + b^2 - c^2) + 2a^2x = a^2\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$, отсюда $x = \frac{a^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{3a^2+b^2-c^2}$ или $x^2 = \frac{a^4(2a^2+2b^2-c^2)}{(3a^2+b^2-c^2)^2}$, (17).

Используя выражения (14) и (17), получим: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{a^2\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\left[\frac{4a^4(2a^2+2b^2-c^2)}{\left(3a^2+b^2-c^2\right)^2}-a^2\right]}=$

$\frac{\left(3a^2+b^2-c^2\right)^2\cdot\left[4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[4a^2\left(2a^2+2b^2-c^2\right)-(3a^2+b^2-c^2)^2\right]}=$

$\frac{\left(3a^2+b^2-c^2\right)^2\cdot\left[4a^2b^2-a^4-2a^2b^2-b^4+2a^2c^2+2b^2c^2-c^4\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[8a^4+8a^2b^2-4a^2c^2-9a^4-6a^2b^2-b^4+6a^2c^2+2b^2c^2-c^4\right]}=$

$\frac{\left(3a^2+b^2-c^2\right)^2\cdot\left[2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot\left[2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4\right]}=\frac{\left(3a^2+b^2-c^2\right)^2}{(a^2+b^2-c^2)^2}$, отсюда $\frac{KM}{OK}=\frac{3a^2+b^2-c^2}{a^2+b^2-c^2}$, (18).

Используя выражения (8) и (18), получим: $\frac{OM}{OK}=\frac{3a^2+b^2-c^2}{a^2+b^2-c^2}-1=\frac{3a^2+b^2-c^2-a^2-b^2+c^2}{a^2+b^2-c^2}$, отсюда $\frac{OM}{OK}=\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}$, (19), что и требовалось доказать. Используя выражения (7) и (19), будем иметь: $\frac{OD}{CO}\cdot\frac{OM}{OK}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2a^2}\cdot\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}=1$, что и требовалось доказать.

Задача. В тупоугольном ΔABC со сторонами *BC=a=10,4см*, *AC=b=13см* и *AB=c=6,4см* проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *BC* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O* (рис.7). Найти следующие отношения: $\frac{OD}{CO}$ и $\frac{OM}{OK}$.

Дано:	Решение:
ΔABC	Воспользуемся выражением (7):
BC=a=10,4см	$\frac{OD}{CO}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2a^2}=\frac{108,16+169-40,96}{2\cdot 108,16}\approx 1,09.$
AC=b=13см	
AB=c=6,4см	Воспользуемся выражением (19):
$\frac{OD}{CO}$–? $\frac{OM}{OK}$–?	$\frac{OM}{OK}=\frac{2a^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{2\cdot 108,16}{108,16+169-40,96}=\approx 0,92.$

Ответ: $\frac{OD}{CO}\approx 1,09$; $\frac{OM}{OK}\approx 0,92$.

8) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AB* в точке *K*, а сторону *AC* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O*, которая находится на середине стороны *AB* (рис.8). Точки *D*, *K* и *O* совпадают. Следовательно, какие-либо отношения отрезков отсутствуют.

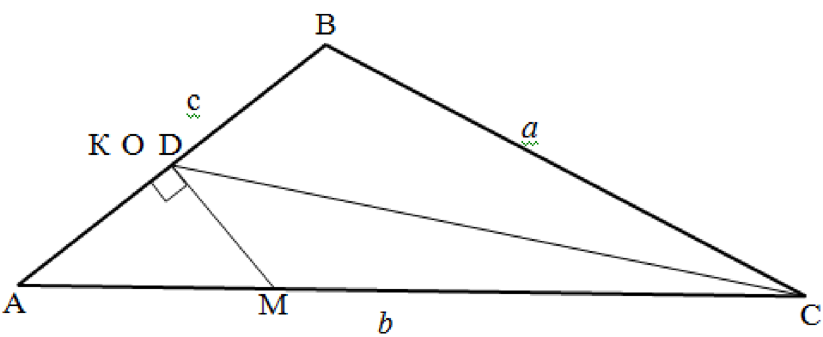

Рис. 8. Медиана к стороне AB и серединный перпендикуляр к стороне AB.

9) Пусть в тупоугольном ΔABC проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *BC* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и

медиана CD пересекаются в точке O (рис.9). Доказать, что при этом справедливы отношения: $\frac{OD}{CO} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2b^2}$, $\frac{OM}{OK} = \frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}$ и $\frac{OD}{CO} \cdot \frac{OM}{OK} = 1$.

Доказательство. Обозначим $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $CO=x$, $OD=y$, $\angle ACD = \alpha$.

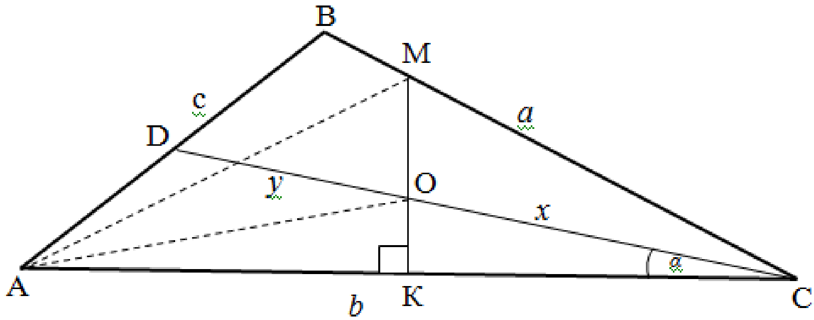

Рис. 9. Медиана к стороне AB и серединный перпендикуляр к стороне AC.

Известно, что серединный перпендикуляр в треугольнике является медианой и высотой. Учитывая, что $CD= OD+CO$ и, разделив обе части этого равенства на CO, получим: $\frac{CD}{CO} = 1 + \frac{OD}{CO}$ или $\frac{CD}{x} = 1 + \frac{y}{x}$, отсюда $\frac{y}{x} = \frac{CD}{x} - 1$ (1). Из прямоугольного ΔCKO: $cos\alpha = \frac{CK}{CO} = \frac{b}{2x}$, (2). Из ΔADC по теореме косинусов найдём: $\frac{c^2}{4} = b^2 + CD^2 - 2b \cdot CD \cdot cos\alpha$, отсюда $cos\alpha = \frac{4b^2+4CD^2-c^2}{8b \cdot CD}$, (3). Приравняв выражения (2) и (3), получим: $\frac{b}{2x} = \frac{4b^2+4CD^2-c^2}{8b \cdot CD}$, отсюда $\frac{CD}{x} = \frac{4b^2+4CD^2-c^2}{4b^2}$, (4). Используя выражения (1) и (4), найдем: $\frac{y}{x} = \frac{CD}{x} - 1 = \frac{4b^2+4CD^2-c^2}{4b^2} - 1 = \frac{4CD^2-c^2}{4b^2}$, (5). Известно, что медиана CD в ΔABC выражается формулой: $CD = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$, (6). Используя выражения (5) и (6), получим: $\frac{y}{x} = \frac{\frac{4(2a^2+2b^2-c^2)}{4} - c^2}{4b^2} = \frac{2a^2+2b^2-c^2-c^2}{4b^2}$ или $\frac{y}{x} = \frac{OD}{CO} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2b^2}$, (7), что и требовалось доказать. Учитывая, что $KM=OM+OK$, и, разделив обе части на OK, получим: $\frac{KM}{OK} = \frac{OM}{OK} + 1$, отсюда $\frac{OM}{OK} = \frac{KM}{OK} - 1$, (8). Из ΔABC по теореме косинусов найдём: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cosC$, отсюда $cosC = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, (9). Из прямоугольного ΔCKM: $cosC = \frac{b}{2 \cdot CM}$, (10). Приравняв выражения (9) и (10), получим: $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{b}{2 \cdot CM}$, отсюда $CM = \frac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}$, (11). Из прямоугольного ΔCKM по теореме Пифагора имеем: $KM^2 = CM^2 - KC^2$, тогда, используя выражение (11), получим: $KM^2 = \frac{a^2b^4}{(a^2+b^2-c^2)^2} - \frac{b^2}{4} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2}$, (12). Из прямоугольного ΔCKO по теореме Пифагора находим: $OK^2 = CO^2 - KC^2 = x^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{4x^2-b^2}{4}$, (13). Разделив выражение (12) на (13), получим: $\frac{KM^2}{OK^2} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{4(a^2+b^2-c^2)^2} \cdot \frac{4}{4x^2-b^2} = \frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2(4x^2-b^2)}$, (14). Используя выражение (7), получим: $\frac{y}{x} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2b^2}$, отсюда $y = \frac{x(a^2+b^2-c^2)}{2b^2}$, (15). Из выражения (6), с учётом, что $y=CD-x$, получим: $y = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2} - x = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-2x}{2}$, (16). Приравняв выражения (15) и

(16), будем иметь: $\frac{x(a^2+b^2-c^2)}{2b^2}=\frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}-2x}{2}$ или $x(a^2+b^2-c^2)+2b^2x=b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$, отсюда $x=\frac{b^2\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{a^2+3b^2-c^2}$ или $x^2=\frac{b^4(2a^2+2b^2-c^2)}{(a^2+3b^2-c^2)^2}$, (17). Используя выражения (14) и (17), получим: $\frac{KM^2}{OK^2}=\frac{b^2\left[4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2\right]}{(a^2+b^2-c^2)^2\left[\frac{4b^4(2a^2+2b^2-c^2)}{(a^2+3b^2-c^2)^2}-b^2\right]}=\frac{(a^2+3b^2-c^2)^2\cdot[4a^2b^2-a^4-2a^2b^2-b^4+2a^2c^2+2b^2c^2-c^4]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot[4b^2(2a^2+2b^2-c^2)-(a^2+3b^2-c^2)^2]}=$ $\frac{(a^2+3b^2-c^2)^2\cdot[2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot[8b^4+8a^2b^2-4b^2c^2-a^4-6a^2b^2-9b^4+2a^2c^2+6b^2c^2-c^4]}=$ $\frac{(a^2+3b^2-c^2)^2\cdot[2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4]}{(a^2+b^2-c^2)^2\cdot[2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4]}=\frac{(a^2+3b^2-c^2)^2}{(a^2+b^2-c^2)^2}$, отсюда $\frac{KM}{OK}=\frac{a^2+3b^2-c^2}{a^2+b^2-c^2}$, (18). Используя выражения (8) и (18), получим: $\frac{OM}{OK}=\frac{a^2+3b^2-c^2}{a^2+b^2-c^2}-1=\frac{a^2+3b^2-c^2-a^2-b^2+c^2}{a^2+b^2-c^2}$, отсюда $\frac{OM}{OK}=\frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}$, (19), что и требовалось доказать. Используя выражения (7) и (19), будем иметь: $\frac{OD}{CO}\cdot\frac{OM}{OK}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2b^2}\cdot\frac{2b^2}{a^2+b^2-c^2}=1$, что и требовалось доказать.

Задача. В тупоугольном ΔABC со сторонами *BC=a=10,2см*, *AC=b=13см* проведены медиана *CD* и серединный перпендикуляр *KM*. Серединный перпендикуляр *KM* пересекает сторону *AC* в точке *K*, а сторону *BC* в точке *M*. Медиана *CD* пересекает сторону *AB* в точке *D*. Серединный перпендикуляр *KM* и медиана *CD* пересекаются в точке *O* (рис.9). Найти сторону *AB=c*, если $\frac{OD}{CO}=0,7$.

Дано:	Решение:
ΔABC *BC=a=10,2см* *AC=b=13см* $\frac{OD}{CO}=0,7$	Воспользуемся выражением (7): $\frac{OD}{CO}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2b^2}$ или $\frac{OD}{CO}=\frac{(10,2)^2-(13)^2-c^2}{2\cdot(13)^2}=0,7$. *104,04+169*$-c^2$*=236,6*, отсюда c^2*=36,44*; *c*≈6. Ответ: *c*≈6*см*.
$AB=c$ –?	

Список литературы / References

1. *Выгодский М.Я.* Справочник по элементарной математике. Москва. «Наука», 1986.

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УПРАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СОВРЕМЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Карташевский И.В.[1], Байдаков В.С.[2]
Email: Baidakov1181@scientifictext.ru

[1]Карташевский Игорь Вячеславович – кандидат технических наук, доцент;
[2]Байдаков Владислав Сергеевич – магистрант,
отдел магистратуры,
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
г. Самара

Аннотация: *в конце прошлого века огромные изменения произошли во всех сферах и областях экономики и науки, образования и культуры, новых технологий и информационных структур. Общество получило название информационного и данный термин, наряду с термином информатизация, получил широкое применение, как среди профессионалов в области информационных технологий, так и специалистов прочих направлений. В информационном обществе ежедневно осуществляются все виды деятельности и накапливается информация и данные, которые требуют защиты, поскольку именно данные определяют направление и успех профессиональной деятельности, как и многих других аспектов жизни. Овладев информацией, можно осуществить ряд действий, которые приведут к потере конфиденциальности секретной информации и убыткам предприятия.*
Ключевые слова: *информационная безопасность, секретная информация.*

INFORMATION SECURITY MANAGEMENT OF A MODERN ENTERPRISE

Kartashevsky I.V.[1], Baidakov V.S.[2]

[1]Kartashevsky Igor Vyacheslavovich - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor;
[2]Baydakov Vladislav Sergeevich - Master's Student,
DEPARTMENT OF MAGISTRACY,
VOLGA STATE UNIVERSITY OF TELECOMMUNICATIONS AND INFORMATICS,
SAMARA

Abstract: *at the end of the last century, huge changes took place in all spheres and areas of economics and science, education and culture, new technologies and information structures. The society received the name informational and this term, along with the term informatization, has been widely used both among professionals in the field of information technology and specialists in other areas. In the information society, it carries out all types of activities on a daily basis and accumulates information and data that require protection, since it is the data that determine the direction and success of professional activity, like many other aspects of life. Having mastered the information, you can take a number of actions that will lead to the loss of confidentiality of classified information and losses of the enterprise.*
Keywords: *information security, classified information.*

В результате проведенного исследования были получены выводы, что для успешной работы системы безопасности нужно выполнить ряд процессов, направленных на контроль риска, и идентификацию имеющихся в распоряжении отдельного владельца, основных средств и/или не-/материальных активов, как и у предприятий, и пресечение всевозможной утечки, угрозы и уязвимости. Управление современным предприятием в области ИБ способствует решением следующих задач:

1. Создание интегрированной информационной среды с актуальными данными.

2. Информационная поддержка на всех этапах.

3. Обеспечение безопасности баз данных предприятия.

4. Снижение рисков потери информации, требующей защиты.

Развитие систем обеспечения ИБ ведет к применению необходимого количества *Средств защиты информации* (СЗИ), организационно-технических мероприятий, мониторингу и контролю защитных мер.

Разнонаправленные существующие подсистемы, направленные на защиту ИБ, не всегда демонстрируют безукоризненное взаимодействие, в результате чего возникают конфликты, влияя и порождая многочисленные события в сетях, забрасывая системных администраторов и инженеров безопасности оповещениями, что требует детального анализа и реагирования.

Если потребуется ввести новых уровень контролируемых изменений в бизнес-процессах, будет целесообразно повысить *показатель адаптивности*.

Данное действие будет способствовать подконтрольному снижению уровня безопасности предприятия, а также изменит бюджет в сторону снижения расходов, проведя реинжиниринг бизнес-процессов, и, спустя некоторое время, появится возможность включения механизмов, необходимых для восстановления нужного уровня безопасности, вернув всё на свои места.

Определение степени целесообразности запланированных мероприятий, сможет обеспечить необходимый уровень безопасности, который будет функционировать в режиме повышенной нагрузки.

Таким образом, выявляется неправильно выстроенный рабочий процесс, а реагирование на все события, требует значительного количества штатных работников данного отдела предприятия.

Современные компании должны иметь в своем арсенале такие системы безопасности, которые предназначены и способны к адекватному и целостному реагированию, и чувствительны к разнообразным событиям и угрозам.

Такие системы, как правило, развиваются параллельно с фирмой на протяжении всего ее роста, развития, расширения и совершенствования. Поэтому необходимо проведение постоянного анализа, отражающего концепцию изменений выполняемых и вновь внедряемых бизнес-процессов компании, принимающих во внимание условия внешней среды, соответственно изменяя всю систему безопасности предприятия.

Единое информационное пространство (ЕИП) - это источник самой актуальной и достоверной информации. Служба безопасности всегда активно использует его в целях оказания информационной помощи.

Если информация и данные хранятся в ЕИП, становится возможным проведение анализа рисков по утечке данных. Согласно данным требованиям, в них включаются требования по сохранению данных в ЕИП, которые буду использоваться для защиты имеющихся данных.

В современном мире процесс организации мероприятий, направленных на качественное обеспечение безопасности предприятия или компании, производится в условиях, так называемого, Единого Информационного Пространства (ЕИП).

Каждое предприятие обязано располагать комплексной автоматизацией жизненного цикла производимой продукции или оказываемых услуг, как средства обеспечения эффективности бизнес-процессов.

Действия, направленные на организацию надежного хранения информации, сами могут восприниматься, как источник риска, о чем знают инженера отделов ИТ.

Высокая степень развития современной вычислительной техники порождает данную проблему. Данный фактор также поясняется опережающим развитием средств, создаваемых для обеспечения безопасности.

Анализ, выполняемый с целью определения уровня и степени целесообразности планируемых мероприятий, обеспечат необходимый уровень безопасности, что даст возможность расширения бизнес-процессов, не боясь утечки ценной информации и каких-либо угроз извне. На погрешность управления рисками, как правило, влияет допускаемая неточность оценки вероятности. Влияние степени вероятности и уровня ущерба на мероприятия определяют актуальность мероприятий в момент их активации.

Автоматизация заключается в контроле над базой мероприятий, а также изучение накопленных статистических данных, которая является основным инструментом специалиста по безопасности, которому в целом необходимо обеспечить работу службы безопасности.

Выполняются данные процедуры путем автоматизации отчетности по результатам работы. Это поможет создать постоянный характер для проведения проверок.

Одним из непрямых преимуществ является обеспечение постоянного контроля деятельности СБ со стороны руководства компании. Когда выполняется оценка рисков, специалисты опираются на самый негативный результат и предположение.

Ожидаемая эффективность может снижаться по двум причинам:

1) по причине погрешности оценки уровня риска;
2) по причине погрешности оценки уровня мероприятия;
3) по причине наличия противодействующей стороны.

Как правило, нужно произвести переоценку эффективности проводимых обычно мероприятий и изменить схемы управляющего воздействия, а также поднять деятельность на новый уровень так, чтобы ликвидировать возможность проникновения полностью.

Повторный анализ, осуществляемый регулярно, способствует изменению значений вероятности возникновения повторного риска.

Организация, которая стремится составить рабочую политику информационной безопасности, должна иметь четко определенные цели в отношении безопасности и стратегии.

Список литературы / References

1. *Резников Г.Я., Бабин С.А., Костогрызов А.И., Родионов В.Н.* Количественная оценка защищенности автоматизированных систем от несанкционированного доступа. Информационные технологии в проектировании и производстве. № 1, 2004. С. 11-22.
2. *Галатенко В.А.* Стандарты информационной безопасности. Под редакцией академика РАН В.Б. Бетелина. // М.: ИНТУИТ.РУ «Интернет-университет информационных технологий», 2014. 328 с.

ОПТИМИЗАЦИЯ БЛОКА АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА РОЯ ЧАСТИЦ

Нгуен Минь Хонг

Email: Nguyen1181@scientifictext.ru

Нгуен Минь Хонг - кандидат технических наук, старший преподаватель,
факультет технического управления,
Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона,
г. Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам

Аннотация: *блок автономного управления играет важную роль при управлении полетом. Может ли летательный аппарат входить в расчетную траекторию, зависит от качества блока автономного управления, потому что это блок отвечает за обеспечение того, чтобы летательный аппарат подчинялся командам управления, полученным от системы наведения. В данной статье представлен метод оптимизации коэффициентов блока автономного управления для системы управления полетом на основе алгоритма роя частиц с функцией критерия оптимальной оценки, являющейся характеристическими параметрами для качества летательного аппарата. Также в статье представлены результаты исследования параметров, характеризующих качества системы управления*

полетом по высотам, для подтверждения эффективности предложенного метода проектирования.
Ключевые слова: *блок автономного управления, система управленияя полетом, алгоритм роя частиц.*

OPTIMIZATION OF THE ACCELERATED AUTONOMOUS CONTROL UNIT FOR THE FLIGHT CONTROL SYSTEM USING THE PARTICLE SWEEP ALGORITHM

Nguyen Minh Hong

Nguyen Minh Hong - PhD in Technical Sciences, Senior Lecturer,
FACULTY OF TECHNICAL CONTROL,
LE QUY DON UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY,
HA NOI, SOCIALIST REPUBLIC OF VIETNAM

Abstract: *the autonomous control unit plays an important role in flight control. Whether the aircraft can enter the calculated trajectory depends on the quality of the autonomous control unit, because, this unit is responsible for ensuring that the aircraft obeys the control commands received from the guidance system. This article presents a method for optimizing the coefficients of the autonomous control unit based on the particle sweep algorithm with the optimal evaluation criterion function, which is the characteristic parameters for the quality of the aircraft. The article also presents the results of a study of the parameters characterizing the quality of the altitude flight control system to confirm the effectiveness of the proposed design method.*
Keywords: *autonomous control unit, flight control system, particle sweep algorithm.*

УДК 004.932.1

1. Введение

Блок автономного вождения обеспечивает полет ракеты согласен с командами, поэтому ракета должна иметь возможность быстрого реагирования на маневры цели, а также обеспечивать устойчивость системы под действием случайных элементов [1].

Обычно, проектирование блока автономного вождения представляется собой процесс определения его коэффициентов. В работе [2] рассмотрена система управления полетом в частотной и во временной области для определения зависимости между коэффициентами блока автономного управления и частотой среза открытого цикла, постоянной величиной времени, коэффициентом затухания системы управления полетом, и с дальнейшим решением системы уравнений для определения коэффициентов блока автономного управления.

Однако, для определения этой зависимости, линейная динамика управления часто не считается. Кроме того, проводящая система должна работать в условиях, на которые часто влияют на их случайные факторы, т.е. увеличивается частота среза и возможно, привести к нестабильности системы управления [3].

Оценка качество блока автономного управления затрудняется с использованием величины частоты среза. Поэтому, необходимо разработать новый метод для определения массовых коэффициентов блока автономного управления, основанный на выполнения его основной задачей по командам. В данной работе предлагается метод оптимизации массовых коэффициентов на основе алгоритма роя частиц (АРЧ) с использованием целевая функция трех параметров, в том числе, два параметра характеризуются качеством блока автономного управления (неминимальный фазовый эффект) во временной области: время установки и понижение заданного значения (undershoot), один параметр характеризуется качеством блока автономного управления в частотной области: запас амплитуды.

Время установки указывает на быструю реакцию системы, а понижение заданного значения (undershoot) указывает неминимальный фазовый эффект летательного аппарата. Неминимальным фазовым эффектом является направление реакции системы, в противоположность желаемой реакции, на начальном этапе управления, которое вызывает некоторые трудности в процессе управления, а также снижает эффективность быстрой реакции системы.

Метод расчета коэффициентов блока автономного управления в документе [2] не решил представленную проблему. В данной статье используется понижение заданного значения (undershoot) в целевую функцию при реализации АРЧ, чтобы оптимизировать коэффициенты блока автономного управления и уменьшить влияние этого эффекта в процессе управления.

Представленный метод проектирования будет проверен посредством моделирования в частотной и временной области, чтобы показать преимущества этого метода по сравнению с методом проектирования, использованным в статье [2].

2. Модель системы управления полетом

При проектировании, блок автономного управления рассматривается в отношении с другими компонентами системы управления полетом. В этом случае, входным и выходным параметрами системы управления полетом являются команды перпендикулярного ускорения nc и нормального ускорения nL. Схема системы управления полетом, содержащей блок автономного управления, представлена на рис. 1 [2].

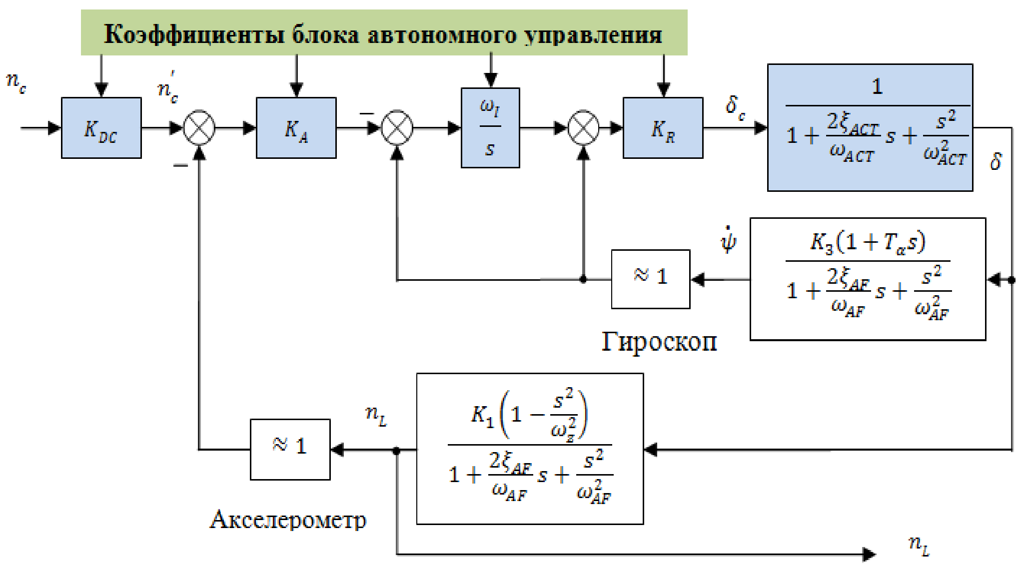

Рис. 1. Схема системы управления полетом

где: K_A, ω_I, K_{DC} и K_R: коэффициенты блока автономного управления, зависящие от варианта проектирования этого блока;

ξ_{ACT} и ω_{ACT}: коэффициент демпфирования и удельная частота колебания рулевой машины;

δ_C и δ: команда отклонения рулевого управления и отклонение рулевого управления;

Гироскоп и акселерометр являются компонентами гиростабилизатора, и кинетика этих двух компонентов приблизительно равна 1.

ξ_{AF} и ω_{AF}: коэффициент демпфирования и удельная частота колебания ракеты, зависящие от различных условий полета, рассчитываются по формуле:

$$\omega_{AF} = \sqrt{-M_\alpha}\ ; \qquad \xi_{AF} = \frac{Z_\alpha \omega_{AF}}{2M_\alpha} \qquad (1)$$

K_1 и K_3: коэффициенты усиления по угловому каналу и по каналу нормального ускорения, определяющие по формулам:

$$K_1 = -\frac{V_M\left[M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta\right]}{M_\alpha}; \qquad K_3 = -\frac{\left[M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta\right]}{M_\alpha} \qquad (2)$$

ω_Z определяется по формуле [2]:

$$\omega_Z = \sqrt{\frac{M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta}{Z_\delta}} \qquad (3)$$

T_α определяется по формуле [2]:

$$T_\alpha = \frac{M_\delta}{M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta} \qquad (4)$$

В уравнениях (1), (2), (3) и (4), V_M - скорость ракеты, M_α, M_δ, M_q, Z_α и Z_δ - аэродинамические коэффициенты, зависящие от различных условий полета ракета.

Из рисунка 1 видно, что блок автономного управления имеет три цикла обратной связи, соответствующие трем коэффициентам блока: K_R, ω_I и K_A.

Коэффициент K_{DC} обеспечивает заданное значение нормального ускорения равно значению входной команды нормального ускорения системы управления полетом, поэтому K_{DC} определяется в соответствии с K_R, ω_I и K_A.

При этом, проектирование блока автономного управления приводит к определению трех коэффициентов K_R, ω_I и K_A. В следующем разделе статьи представляется метод определения этих трех коэффициентов на основе алгоритма роя частиц.

3. Оптимизация блока автономного управления с использованием алгоритма роя частиц

Каждый элемент в ансамбле поиска оптимального решения по алгоритму роя частиц использует информацию о лучшей позиции этого элемента (представленную параметром *pbest*) и информацию о лучшей позиции ансамбля (представленную параметром *gbest*) в данный момент.

Скорость каждого элемента для следующего движения определяются функциями *pbest, gbest* и начальной скорости этого элемента. Каждый раз при переходе на новую позицию, через целевую функцию f(.), параметры *pbest* и *gbest* обновляются. Этот процесс повторяется до остановки алгоритма [4].

Алгоритм роя частиц описывается следующим математическим образом:

$$V_{i,k+1} = wV_{i,k} + c_1 rand_1\left(pbest_{i,k} - X_{i,k}\right) + c_2 rand_2\left(gbest_k - X_{i,k}\right) \qquad (5)$$

$$V_{i,k+1} = V_{i,k} + V_{i,k+1}, \qquad (6)$$

где: $V_{i,k}$, $V_{i,k+1}$: положение *i*-го элемента в момент времени *k* и *k + 1*,

$V_{i,k+1}$: скорость *i*-го элемента в момент времени *k + 1*,

$pbest_{i,k}$: лучшее положение *i*-го элемента в момент времени *k*,

$gbest_k$: лучшее положение ансамбля в момент времени k,

w - коэффициент инерции,

$rand_1$ и $rand_2$: случайные числа в диапазоне [0, 1],

c_1 : взвешенное число *pbest*, c_2- взвешенное число *gbest*.

pbest и *gbest* определяются следующим образом [5]:

$$pbest_{i,k+1} = \begin{cases} pbest_{i,k} & если \quad f(pbest_{i,k}) \le f(X_{i,k+1}) \\ X_{i,k+1} & если \quad f(pbest_{i,k}) > f(X_{i,k+1}) \end{cases}, \qquad (7)$$

При этом, значение $gbest_k$ равно минимальному значению $pbest$, то есть:

$$gbest_k = \min(pbest_{1,k},\ pbest_{2,k},\ ...,\ pbest_{N,k}), \qquad (8)$$

где: N - количество элементов в ансамбле.

Блок-схема алгоритма оптимизации массовых коэффициентов блока автономного управления на основе алгоритма роя частиц представлена на рис. 2.

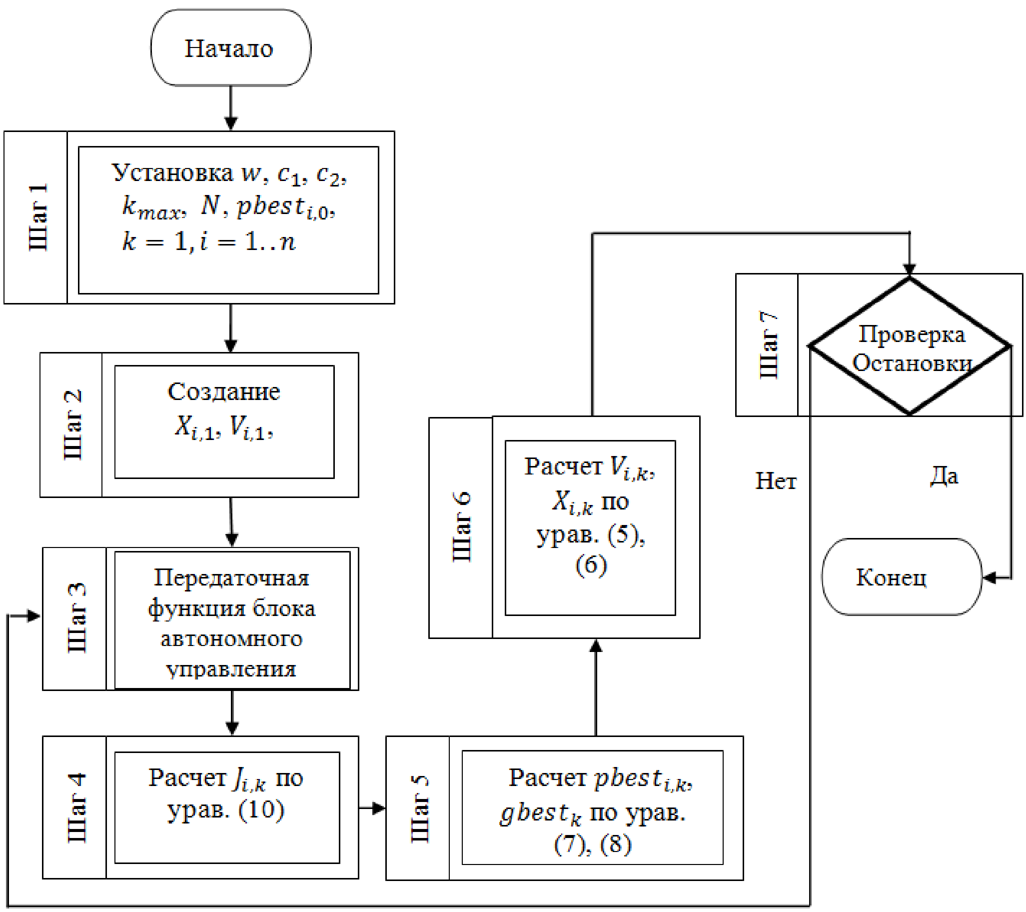

Рис. 2. Блок-схема алгоритма оптимизации массовых коэффициентов блока автономного управления на основе алгоритма роя частиц

Шаг 1. Установка значения коэффициента инерции $w = 1{,}2$; коэффициенты $c_1 = c_2 = 2$; максимальное количество повторений $k_{\max} = 100$; количество элементов N = 125; лучшее положение каждого элемента $pbest_{i,0}$.

Шаг 2: инициализация значений положения и скорости элементов в ансамбле. Целью статьи является определение значений трех коэффициентов K_R, ω_I и K_A, поэтому положение *i*-го элемента в ансамбле характеризуется этими тремя параметрами. На этом этапе инициализируется случайное значение трех коэффициентов K_R, ω_I и K_A в диапазоне значений соответственно $\left[K_{R\_\min}, K_{R\_\max}\right]$, $\left[\omega_{I\_\min}, \omega_{I\_\max}\right]$, $\left[K_{A\_\min}, K_{A\_\max}\right]$. Скорость элемента изначально установлена равной 0.

Шаг 3: каждый элемент имеет набор 3-х коэффициентов, замененных передаточной функцией блока автономного управления для определения характерных параметров качества блока.

Шаг 4: в конце шага 3 получаются 3 значения для оценки качества коэффициентов блока автономного управления, в том числе: время настройки t_S, понижение заданного значения M_u и запас амплитуды GM. Необходимо уменьшить время настройки и понижение заданного значения, но увеличить запас амплитуды. При этом, элементы в алгоритме роя частиц будут двигаться в направлении минимизации целевой функции. Для того, что входные параметры имеют одинаковое переменного направления и согласованы с переменным направлением алгоритма роя частиц. Таким обзором, целевая функция для i-го элемента в k-й итерации задается следующим образом:

$$J_{i,k} = k_t^{i,k} t_S + k_M^{i,k} M_u + \frac{k_{GM}^{i,k}}{GM}, \qquad (10)$$

где: $k_t^{i,k}$, $k_M^{i,k}$, $k_{GM}^{i,k}$ - взвешенные числа, определяющие роль времени установки, понижения заданного значения и запаса амплитуды в процессе оптимизации алгоритма роя частиц.

Шаг 5: Выполнение обновления $pbest_{i,k}$ и $gbest_k$ по $J_{i,k}$.

Шаг 6: Выполнение обновления положения и скорости элементов по $pbest_{i,k}$ и $gbest_k$.

Шаг 7: Проверка условия остановки. Алгоритм роя частиц остановится при выходе из циклов $k_{\max}$.

4. Результат исследования

Проведение исследования реакции системы управления неминимальным фазовым полетом с параметрами кинетики ракеты и высотой полета, представленными в документе [2], чтобы сравнить качество блока автономного управления при применении предложенного подхода к проектированию и с традиционным подходом.

Проведение исследования на двух высотах 0 *м* и 15240 *м*, удельная частота колебания рулевой машины ω_{ACT} = 150 рад/с, коэффициент затухания рулевой машины ξ_{ACT} = 0,7, скорость ракеты V_M = 914 *м/с*.

Результаты исследования параметров, характеризующих качество системы управления полетом на обзорных высотах, представлены в таблицах 2, 3 и на рисунках 3-8. Входные параметры исследования представлены в таблице 1.

Таблица 1. Значения кинетики ракеты на обзорных высотах

Параметры	**Высота - 0 *м***	**Высота - 15240 *м***
ω_{AF} (rad/s)	25.3398	9.9531
ξ_{AF}	0.0580	0.0268
ω_{Z} (rad/s)	43.2067	18.8720
T_{α} (s)	0.4571	2.3962
K_1	-3.0715	-0.5595
K_3	-1.8890	-0.3441

Результат исследования на высоте - 0 м.

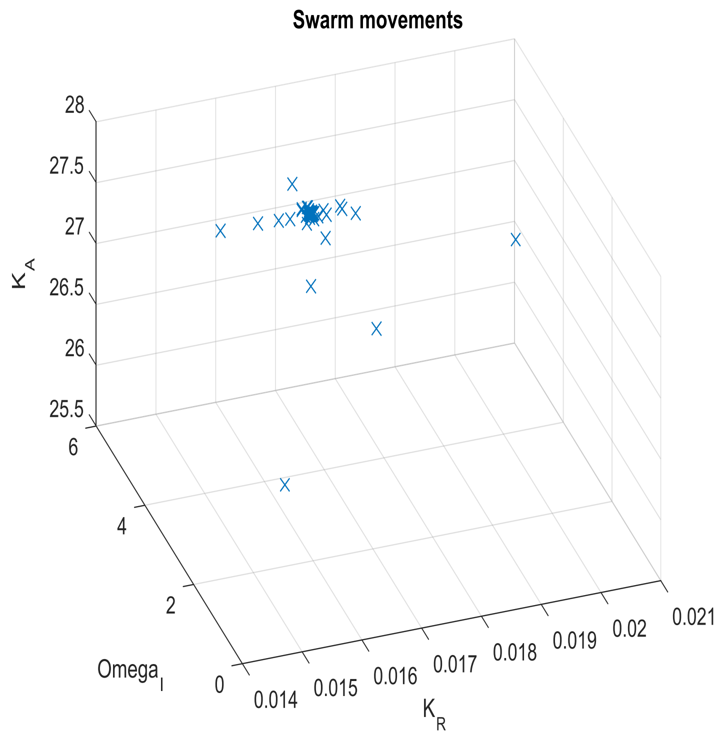

Рис. 3. Окончательное положение ансамбля в поисковой области

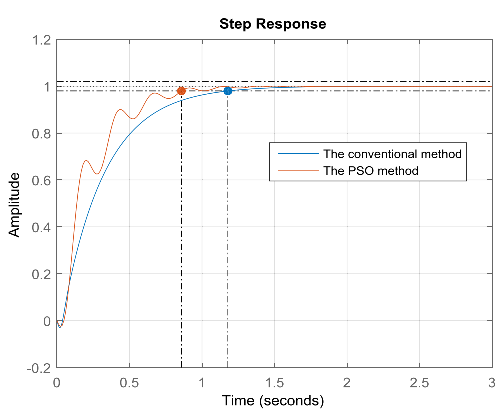

Рис. 4. Функция реакции блока автономного управления

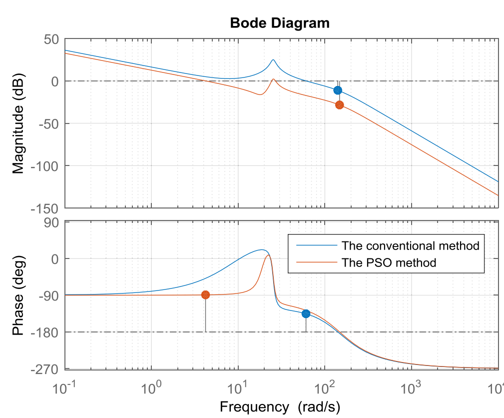

Рис. 5. График Боде блока автономного управления

Таблица 2. Значения параметров, характеризующие качество системы управления полетом на высоте - 0 м

Наименование параметров	Обычный подход проектирования	Метод роя частиц
Время установки (с)	1,180	0,858
Понижение заданного значения (undershoot) %	2,947	2,483
Запас амплитуды (dB)	11,128	28,415
Запас фазы (deg)	44,653	90,925
Частота среза (rad/s)	60,582	4,219

Результат исследования на высоте – 15240 м

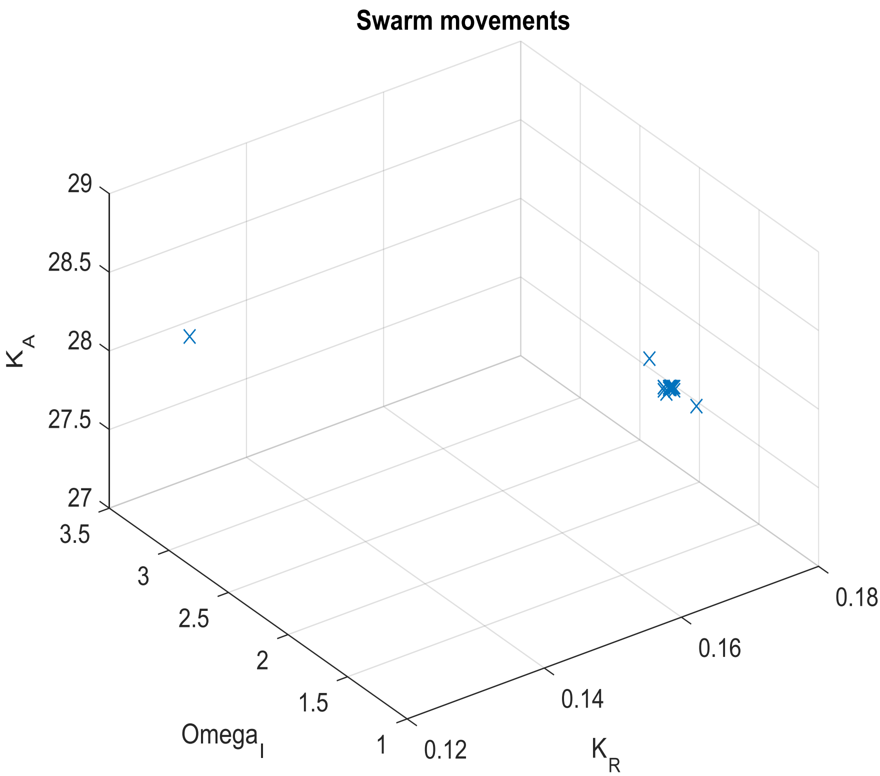

Рис. 6. Окончательное положение ансамбля в поисковой области

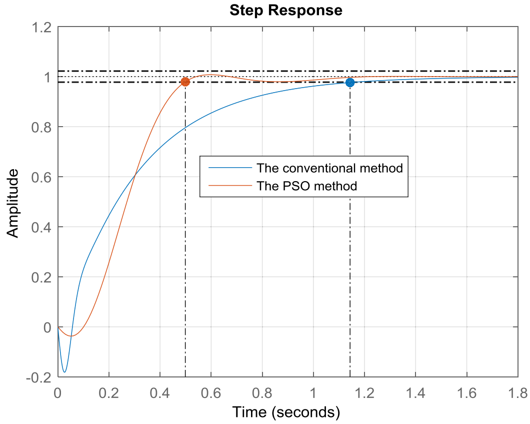

Рис. 7. Функция реакции блока автономного управления

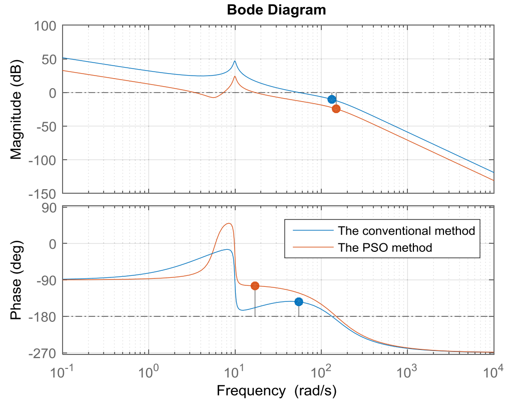

Рис. 8. График Боде блока автономного управления

Таблица 3. Значения параметров, характеризующие качество системы управления полетом на высоте - 1542 м

Наименование параметров	**Обычный подход проектирования**	**Метод роя частиц**
Время установки (с)	1,143	0,498
Понижение заданного значения (undershoot) %	18,169	3,720
Запас амплитуды (dB)	10,301	24,304
Запас фазы (deg)	35,907	75,338
Частота среза (rad/s)	54,873	17,130

Из рис. 4 и 7 видно, что с увеличением высоты полета значение понижения заданного значения, вызванного эффектом неминимальной фазы, увеличивается.

Однако, для блока автономного управления, полученного по предложенному подходу, этот эффект несколько увеличился (от 2,483% на высоте 0 м до 3,720% на высоте 15240 м).

Между тем, при использовании обычного метода проектирования этот эффект значительно возрастает (от 2,947% на 0 м до 18,169% на 15240 м). По временным параметрам, приведенным в таблицах 2 и 3, можно увидеть, что быстрая реакция блока автономного управления, полученная с использованием оптимального метода роя частиц, намного лучше, чем с использованием метода, предложенного в работе [2].

Хотя проектирование блока автономного управления с использованием метода роя частиц выполняется только во временной области. Однако, при этом, результат исследования блока автономного управления в частотной области показывает, что значения запаса фазы, а также запаса амплитуды лучше, чем с традиционном методом проектирования.

Полученные результаты представлены на рисунках 7 и 10, в таблицах 2 и 3. Кроме того, значение частоты среза системы управления полетом при использовании предложенного метода меньше, чем при применении традиционного метода, тем самым повышая устойчивость системы управления полетом.

5. Вывод

С использованием метода расчета коэффициентов блока автономного управления, представленного в данной статьи, позволяет увеличивать чувствительность системы управления полетом, запас фазы и запас амплитуды, снизить частоту среза системы по сравнению с предложенным подходом к проектированию в статье [2].

Таким обзацом, стабильность системы увеличивается при воздействии случайных факторов. Кроме того, включение понижения заданного значения в адаптивную функцию уменьшило влияние эффекта неминимальной фазы на качество системы управления полетом, что не было рассмотрено в документе.

Список литературы / References

1. *Jackson Paul B.* “Overview of Missile Flight Control Systems”. Johns Hopkins APL Technical Digest, Volume 29. Number 1, 2010.
2. *Zarchan P. “*Tactical and strategic missile guidance”. Reston VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002.
3. *Nesline F.W., Zarchan P.* Why modern controllers can go unstable in practice. J Guid Control Dyn 1984. 7(4):495–500.
4. *Arora R.K.* “Optimization: algorithms and applications”. CRC Press, 2015.
5. *Vanapalli L.R.* “Particle Swarm Optimization Algorithm for Leakage Power Reduction in VLSI Circuits”. International Journal of Electronics and Telecommunications, 2016. Volume 62(2). 179-186.

EUROPE AND THE COMMONWEALTH OF INDEPENDENT STATES

Tursunov K.S.
Email: Tursunov1181@scientifictext.ru

Tursunov Kahramon Sodikovich - Candidate of Political Sciences, Associate Professor,
DEPARTMENT SOCIAL SCIENCES,
BUKHARA STATE MEDICAL INSTITUTE, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *the article provides information on cooperation between the European Union and the CIS countries. The main importance of the EU innovation programs is not so much in financing projects as in stimulating European cooperation between various R&D entities (research centers, universities, private companies), coordinating innovation policies of the EU member states, developing a common strategy, as well as disseminating the best national experience in creating innovations.*
Keywords: *European Union, history, development, activities, branch, success, innovations.*

ЕВРОПА И СОДРУЖЕСТВО НЕЗАВИСИМЫХ ГОСУДАРСТВ

Турсунов К.С.

Турсунов Кахрамон Содикович – кандидат политических наук, доцент,
кафедра социальных наук,
Бухарский государственный медицинский институт, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в статье представлена информация о сотрудничестве Европейского Союза со странами СНГ. Основное значение инновационных программ ЕС состоит не столько в финансировании проектов, сколько в стимулировании европейской кооперации между различными субъектами НИОКР (научно-исследовательскими центрами, университетами, частными компаниями), координации инновационных политик стран-членов ЕС, выработке общей стратегии, а также в распространении наилучшего национального опыта создания инноваций.*
Ключевые слова: *Европейский Союз, история, развитие, деятельность, отрасль, успех, инновации.*

UDC 93

In the second half of the 90s. the governments of almost all Western European countries have adopted programs to stimulate innovation, aimed primarily at the diffusion of innovation. Efforts have been made in all Western European countries to form the building blocks and mechanisms for implementing innovation policies.

According to the European Commission, the most favorable climate for the development of innovative entrepreneurship has been created in the Nordic countries, which allowed them to become leaders in innovative development in the Western European region. The Nordic countries, as well as Great Britain, Germany, France are the most active participants in innovative cooperation within the EU[1].

The EU has accumulated the most extensive experience in the development of innovative cooperation in the civil field among regional economic integration associations. Innovative development is fostered through several interrelated and complementary channels, including the R&D Framework Program, the Eureka Program, and Structural Funds.

---

[1] Azizovna A.Z. ROLE AND SIGNIFICANCE OF PHILOSOPHY IN THE LIFE OF SOCIETY // Наука, техника и образование. 2020. № 11 (75).

Currently, the EU is moving to a new strategy to stimulate innovation, which provides for an increase in R&D spending, the creation of a single scientific and innovation pan-European space, the expansion of horizontal and vertical coordination of innovation policy, and the strengthening of the regional level of innovation policy. The European experience in stimulating integration processes in scientific and technical activities, aimed at strengthening competitive positions in the world markets of modern technology, can be useful in constructing models of innovative cooperation between the CIS member states. In 2000, the European Union set out to create a competitive, dynamic knowledge-based economy by 2010. The new long-term development strategy was adopted at the EU summit held in March 2000 in Lisbon[1].

In this regard, three areas of activity have become the priority areas of EU activity: scientific and technical, innovation and educational.

In particular, a new program on competitiveness and innovation (2007-2013) is planned to be added to the already existing five-year R&D Framework Program.

The development of this strategy provides for:

- adoption of drastic measures to strengthen scientific and technical potential - increase in R&D spending from the current 1.9% of GDP to 3.0% of GDP (by 1/3 at the expense of government spending and by 2/3 - investments in private industry);
- development of vertical and horizontal coordination of innovation policy in the EU;
- further deepening of cooperation, creation of a single European research and innovation space, taking into account the realities of EU enlargement;
- increasing the efficiency of state innovation policy.

European programs The EU R&D Framework Program and the Eureka Program contribute most to the development of cooperation between different innovation actors. Joint projects are also being carried out under the COST (Cooperation in Scientific and Technological Research) program, established in 1970 and now a networked organization. The COST cooperation mechanism is based on the principle of concerted action. This means that the participants jointly develop a project, which is then carried out in national centers using their own funding sources.

At the final stage, the research results are combined and generalized. EU Structural Funds finance the creation of innovation infrastructure in the backward areas of the Community. In 1994-99. the Structural Funds allocated 8.5 billion ECU for this purpose, while the budget of the 4th Framework R&D Program in force during this period amounted to 13 billion ECU[2].

In the context of the transition to an innovative model of economic development, the state becomes the main author, developing a national development strategy, creating the basic conditions for innovative development, self-regulation mechanisms and the formation of effective institutions of the innovative environment[3].

One of the most important reasons for the increasing role of the state in the context of the transition to a new paradigm of economic development is that the market itself orients private companies to obtain predictable possession of certain factors of production (raw materials, technologies, etc.), and due to the formation of artificial obstacles for other innovative companies[4].

In the complex of organizational and economic problems of innovative development of the economy of the CIS member states, three main groups can be distinguished:

- problems of reconciliation of interests;
- technological problems;

[1] Ахмедова З.А. Астрономические взгляды Ахмада Дониш // Вестник науки и образования. 2018. № 11 (47).

[2] Ахмедова З.А., Турсунов К.С. Интеграционный процесс в рамках Европейского союза // Наука, техника и образование. 2020. № 5 (69).

[3] Ахмедова З.А. Олимларнинг Аҳмад Дониш ижоди ва фаолиятига қарашлари. // Ўтмишга назар. 2020. №4. Б. 47-53.

[4] Ахмедова З. А. Human existence in the works of medieval thinkers //Молодой ученый. 2016. № 1. С. 857-859.

- systemic problems[1].

Currently, the scientific and technical leadership of the state is determined not only by the high level of development of the latest industries, but also by the ability to quickly and continuously restructure all spheres of the economy to create and disseminate new technologies.

References / Список литературы

1. *Azizovna A.Z.* Role and significance of philosophy in the life of society // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
2. *Ахмедова З.А.* Астрономические взгляды Ахмада Дониш // Вестник науки и образования, 2018. № 11 (47).
3. *Ахмедова З.А.* Human existence in the works of medieval thinkers // Молодой ученый, 2016. № 1. С. 857-859.
4. *Ахмедова Зебинисо Азизовна, Чориева Мадина Алиевна*. Труд Ахмада Дониша «История мангитских государей» как ценный источник по истории Бухарского ханства второй половины xviii - первой половины XIX вв. // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
5. *Ахмедова З.А.* Олимларнинг Аҳмад Дониш ижоди ва фаолиятига қарашлари. // Ўтмишга назар, 2020. № 4. Б. 47-53.
6. *Ахмедова З.А., Турсунов К.С.* Интеграционный процесс в рамках Европейского союза // Наука, техника и образование, 2020. № 5 (69).
7. *Чориева Мадина Алиевна.* Социально-экономическое, политическое положение Бухарского эмирата в конце xix ВЕКА // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
8. *Чориева Мадина Алиевна.* Экономика и денежное обращение (монеты) в Бухарском эмирате при Мангытах (на рубеже 19 - 20 веков) // Наука, техника и образование, 2020. № 5 (69).
9. *Чориева Мадина Алиевна.* Историография жизни и политической деятельности последнего мангытского эмира Сейида Алимхана // Наука, техника и образование, 2018. № 9 (50).
10. *Гадоева Л.Э.* История развития понятия «здоровый образ жизни» в Узбекистане // Наука, техника и образование,2020. № 11 (75).
11. *Chorieva Madina A.* The last mangyt emir Seyid Alimkhan in the historiography of the XX-XXI centuries. Look to the past., 2020. Special issue 4. Pp. 250-254.

THE ROLE OF TEACHING PHILOSOPHY IN MEDICAL UNIVERSITY

Akhmedova Z.A.

Email: Akhmedova1181@scientifictext.ru

Akhmedova Zebiniso Azizovna - Head of the Department,
DEPARTMENT OF SOCIAL SCIENCES,
BUKHARA STATE MEDICAL INSTITUTE,
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *the article presents an analysis of the fluctuating position of philosophy in the architectonic of modern educational space. The author tries to justify the need of teaching of philosophical disciplines on the non-philosophical faculties, and also show the role of philosophical training in the formation of personal qualities and general cultural competence of graduates. The role of philosophy in the life of society is determined, first of all, by the fact that it*

[1] Чориева Мадина Алиевна. Экономика и денежное обращение (монеты) в Бухарском эмирате при Мангытах (на рубеже 19 - 20 веков) // Наука, техника и образование. 2020. №5 (69).

acts as a theoretical basis of the worldview, and also by the fact that it solves the problem of the cognizability of the world, and finally, the issues of a person's orientation in the world of culture, in the world of spiritual values.
Keywords: *higher education, education reform, philosophy, teaching of philosophy, the role of philosophy.*

РОЛЬ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЛОСОФИИ В МЕДИЦИНСКОМ ВУЗЕ

Ахмедова З.А.

Ахмедова Зебинисо Азизовна – заведующая кафедрой,
кафедра социальных наук,
Бухарский государственный медицинский институт,
г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в статье представлен анализ неустойчивого положения философии в архитектонике современного образовательного пространства. Предпринята попытка аргументировать необходимость преподавания философских дисциплин на нефилософских факультетах, а также показана роль философской подготовки в процессе формирования личных качеств и общекультурных компетенций выпускников вузов. Роль философии в жизни общества определяется, прежде всего, тем, что она выступает в качестве теоретической основы мировоззрения, а также тем, что она решает проблему познаваемости мира, наконец, вопросы ориентации человека в мире культуры, в мире духовных ценностей.*
Ключевые слова: *высшее образование, реформы образования, философия, преподавание философии, роль философии.*

UDC 159.9.01

The philosophical course is the point of formation and completion of "higher", university education, without which modern society will be a society of good specialists, but not fully educated people. The presence of philosophy in a medical university is due to the goal of education - to prepare such a subject of activity who would be a creative, active specialist (the state and the economy are interested in him), an active citizen of the country (society is interested in him) and a creator of culture (the person himself as a person is interested in this.). It is the ability to act as a "subject of culture" for a graduate that is an indicator of the fulfillment of the goal of the educational process in a university[1].

One can agree with the opinion that “in the concept of teaching philosophy, undoubtedly, the metaphors associated with“ enrichment ”should be avoided - it is much better to replace them with the project of creating a subject”. This function, together with other humanitarian disciplines, is taken over by philosophy.

It is the involvement in culture, in meanings that do not appear in the sphere of everyday experience (and if they do appear, then in a distorted form) that opens up for a person the opportunity not only to be someone (civil or professional identification), but to realize himself in this or a different quality and through it to realize the "personal", universal principle in oneself. Philosophy in this case performs the function of familiarizing with the sphere of social experience accumulated by the entire human culture: “The need for philosophy is great at all times and is

---

[1] Azizovna A. Z. ROLE AND SIGNIFICANCE OF PHILOSOPHY IN THE LIFE OF SOCIETY // Наука, техника и образование. 2020. №. 11 (75).; Ахмедова З. А. Астрономические взгляды Ахмада Дониш //Вестник науки и образования. 2018. – №. 11 (47).; Ахмедова З. А. Human existence in the works of medieval thinkers //Молодой ученый. 2016. № 1. С. 857-859.; Ахмедова Зебинисо Азизовна, Чориева Мадина Алиевна ТРУД АХМАДА ДОНИША «ИСТОРИЯ МАНГИТСКИХ ГОСУДАРЕЙ» КАК ЦЕННЫЙ ИСТОЧНИК ПО ИСТОРИИ БУХАРСКОГО ХАНСТВА ВТОРОЙ ПОЛОВИНЫ XVIII - ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ XIX ВВ // Наука, техника и образование. 2020. № 11 (75).

determined by the fact that the possibility of overcoming crises, including the current crisis of values, depends on a person's spirituality. Philosophy at the university should contribute to the personal growth of the student, the disclosure of his abilities, the formation of the foundations of spirituality, the ascent to the values of culture ”. This function of forming a holistic worldview is performed by philosophy.

In addition, philosophy implements a function that is currently especially relevant - the formation of critical self-awareness. Self-criticism is a fundamental attitude of a mature personality: “She [philosophy] must develop the ability to philosophize, which is the ability for free critical thinking, which is inherent and necessary not only for a professional philosopher, but also for any person. This ability is, first of all, the ability to maintain a critical distance in relation to one's own culture and, at the same time, to resist any possible assimilation into particular cultural and historical contexts ”. The specificity of criticism dictates the appropriate form of teaching philosophy, the formation of students' specific, characteristic only of the humanities, complex, concrete, systemic and at the same time "personal", flexible, open, etc. way of thinking. Hence, such a function of philosophy as the formation of the skill of a complex way of thinking, which is never satisfied with direct evidence. The main requirement for a philosophy teacher is that he must possess all the qualities that students should acquire in the process of teaching philosophy. In other words, he must be able to look and see from the inside the authenticity of that system of values, that worldview, which he critically analyzes together with the students. And this idea is not new: the instructions in the French gymnasiums in 1925 read as follows:[1] "A teacher of philosophy is a philosopher ... and his student is an apprentice philosopher". Requirements for testing knowledge in philosophy. Philosophy students interim tests should demonstrate that the course has achieved its objectives. Let's denote what a student should know and be able to do after completing a course in philosophy:

a) to know the key categories and specific personalities, their works and historical periods to which they belong - to be able to define and correlate the person, her work and the historical period corresponding to them (basic minimum of knowledge for the course);

b) to know the key problems of philosophy (or philosophical doctrines) and their meaning - to be able to reproduce it with the appropriate reference to the personalities (and works) who were engaged in their solution;

c) be able to correlate the approaches of different thinkers to the solution of philosophical problems, expressing on this basis their own assessment.

The forms of tasks, within the framework and through which it is possible to verify the corresponding level of knowledge, in our opinion, are as follows:

a) test, terminological dictation;

b) written or oral questioning;

c) conversation, essay[2].

---

[1] Ахмедова З.А. Олимларнинг Аҳмад Дониш ижоди ва фаолиятига қарашлари. // Ўтмишга назар. 2020. №4. Б. 47-53.; Ахмедова З.А. Ўрта аср мутафаккирлари ижодида инсон борлиғи. // Тиббиётда янги кун. 2020. №4. Б. 115-118.; Akhmedova Z.A., Sagikizi A. Philosophical analysis of ideas in the work of Ahmad Donish “Navodir-ul-vakoe”. // World medicine journal no 1 (1) 2020. P. 9-17.; Кенжаева, Хуршида Пулатовна. "ФУҚАРОЛИК МАДАНИЯТИ МЕЗОНЛАРИ ШАРҚ ФАЛСАФАСИ ТАЛҚИНИДА." Academic research in educational sciences 2.3 (2021).

[2] Кенжаева Х.П. "АЁЛЛАР ИЖТИМОИЙ ФАОЛЛИГИНИ ОШИРИШДА ФУҚАРОЛИК ИНСТИТУТЛАРИНИНГ ЎРНИ." Scientific progress 1.6 (2021): 957-961.; Равшанова, Шоира Джуракуловна. "Олий таълимда академик мобилликнинг Европа мамлакатлари тажрибаси." Science and Education 2.4 (2021): 624-630.; Ахмедова З.А., Турсунов К.С. Интеграционный процесс в рамках Европейского союза // Наука, техника и образование. 2020. № 5 (69); Чориева Мадина Алиевна. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЕ, ПОЛИТИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНИЕ БУХАРСКОГО ЭМИРАТА В КОНЦЕ XIX ВЕКА // Наука, техника и образование. 2020. №11 (75).; Чориева Мадина Алиевна Экономика и денежное обращение (монеты) в Бухарском эмирате при Мангытах (на рубеже 19 - 20 веков) // Наука, техника и образование. 2020. №5 (69).

It is important to take into account that the options for approaches to their use can be completely different and depend on the specific specifics of the philosophy course:

“Total” - each handler performs tasks of all difficulty levels, gaining the corresponding level of points in general;

“Hierarchical” - depending on the student's claims to one or another assessment, he performs either the first two types of tasks, or the last;

"Sequential" - the successful completion of the first task opens up the opportunity to complete tasks of the next difficulty level[1].

Obviously, the above approach is based on a simple idea of three basic forms of rational knowledge: concepts, judgments and inferences.

The process of teaching philosophy is the more effective, the more the student is involved at an informal level in this process, the more he perceives it as a game, as a form of leisure. In principle, learning cannot be easy and always unconstrained, but it must strive to be so. The school should become, first of all, an "open space" for the student. And the main conditions for creating such a space, such an "open environment" are the openness of the community of teachers to each other and to students; the presence of an environment within which contact and feedback is possible, on the one hand, of teachers with each other, and on the other hand, of teachers and students.

References / Список литературы

1. *Azizovna A.Z.* ROLE AND SIGNIFICANCE OF PHILOSOPHY IN THE LIFE OF SOCIETY // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
2. *Ахмедова З.А*. Астрономические взгляды Ахмада Дониш // Вестник науки и образования, 2018. № 11 (47).
3. *Ахмедова З.А.* Human existence in the works of medieval thinkers // Молодой ученый, 2016. № 1. С. 857-859.
4. *Ахмедова Зебинисо Азизовна, Чориева Мадина Алиевна.* ТРУД АХМАДА ДОНИША «ИСТОРИЯ МАНГИТСКИХ ГОСУДАРЕЙ» КАК ЦЕННЫЙ ИСТОЧНИК ПО ИСТОРИИ БУХАРСКОГО ХАНСТВА ВТОРОЙ ПОЛОВИНЫ XVIII - ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ XIX ВВ // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
5. *Ахмедова З.А.* Олимларнинг Аҳмад Дониш ижоди ва фаолиятига қарашлари. // Ўтмишга назар, 2020. № 4. Б. 47-53.
6. *Ахмедова З.А*. Ўрта аср мутафаккирлари ижодида инсон борлиғи. // Тиббиётда янги кун, 2020. № 4. Б. 115-118.
7. *Akhmedova Z.A., Sagikizi A.* Philosophical analysis of ideas in the work of Ahmad Donish “Navodir-ul-vakoe”. // World medicine journal. № 1 (1), 2020. P. 9-17.
8. *Кенжаева Хуршида Пулатовна*. "ФУҚАРОЛИК МАДАНИЯТИ МЕЗОНЛАРИ ШАРҚ ФАЛСАФАСИ ТАЛҚИНИДА." Academic research in educational sciences 2.3 (2021).
9. *Кенжаева Х.П.* "АЁЛЛАР ИЖТИМОИЙ ФАОЛЛИГИНИ ОШИРИШДА ФУҚАРОЛИК ИНСТИТУТЛАРИНИНГ ЎРНИ." Scientific progress 1.6 (2021): 957-961.
10. *Равшанова Шоира Джуракуловна.* "Олий таълимда академик мобилликнинг Европа мамлакатлари тажрибаси." Science and Education 2.4 (2021): 624-630.
11. *Ахмедова З.А., Турсунов К.С.* Интеграционный процесс в рамках Европейского союза // Наука, техника и образование, 2020. № 5 (69).

[1] Чориева Мадина Алиевна. Историография жизни и политической деятельности последнего мангытского эмира Сейида Алимхана // Наука, техника и образование. 2018. №9 (50).; Гадоева Л.Э. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ПОНЯТИЯ «ЗДОРОВЫЙ ОБРАЗ ЖИЗНИ» В УЗБЕКИСТАНЕ //Наука, техника и образование. 2020. № 11 (75).; Madina A. Chorieva, THE LAST MANGYT EMIR SEYID ALIMKHAN IN THE HISTORIOGRAPHY OF THE XX-XXI CENTURIES. Look to the past. 2020, Special issue 4, Pp. 250-254.

12. *Чориева Мадина Алиевна*. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЕ, ПОЛИТИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНИЕ БУХАРСКОГО ЭМИРАТА В КОНЦЕ XIX ВЕКА // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
13. *Чориева Мадина Алиевна.* Экономика и денежное обращение (монеты) в Бухарском эмирате при Мангытах (на рубеже 19 - 20 веков) // Наука, техника и образование, 2020. № 5 (69).
14. *Чориева Мадина Алиевна.* Историография жизни и политической деятельности последнего мангытского эмира Сейида Алимхана // Наука, техника и образование, 2018. № 9 (50).
15. *Гадоева Л.Э.* ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ПОНЯТИЯ «ЗДОРОВЫЙ ОБРАЗ ЖИЗНИ» В УЗБЕКИСТАНЕ // Наука, техника и образование, 2020. № 11 (75).
16. *Chorieva Madina A.* THE LAST MANGYT EMIR SEYID ALIMKHAN IN THE HISTORIOGRAPHY OF THE XX-XXI CENTURIES. Look to the past., 2020. Special issue 4. Pp. 250-254.

«ДРУЖБА» КАК ВЫСШАЯ ФОРМА МЕЖЛИЧНОСТНЫХ ОТНОШЕНИЙ В НАСЛЕДИИ ДЖАМИ

Каримова Л.М.
Email: Karimova1181@scientifictext.ru

Каримова Лола Музаффаровна – ассистент,
кафедра социальных наук,
Бухарский государственный медицинский институт,
г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в статье осуществлен краткий обзор по творчеству Джами. Джами подчеркивает, что при выборе друзей огромную роль играет сходство характеров и близость интересов. Абдурахман Джами убеждает нас в том, что для дружбы с другими личностями необходимо иметь нечто общее с ними. Человеку следует выбирать друзей равных и достойных, с которыми его соединяют общие духовные интересы и взгляды. Особо следует отметить, что в нынешних условиях, когда человечество вступило в особую эпоху своего существования, в эпоху глобализации исключительно важное значение имеет сохранение и преумножение духовно-нравственных и гуманистических ценностей.*
Ключевые слова: *ценный источник, рукописные хранилища, произведение, династия, печатное издание.*

"FRIENDSHIP" AS A HIGHEST FORM OF INTERPERSONAL RELATIONS IN THE HERITAGE OF JAMI

Karimova L.M.

Karimova Lola Muzaffarovna – Assistant,
DEPARTMENT OF SOCIAL SCIENCES,
BUKHARA STATE MEDICAL INSTITUTE,
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *the article provides a brief overview of Jami's work. Jami emphasizes that similarity of characters and similarity of interests play a huge role in choosing friends. Abdurahman Jami convinces us that for friendship with other individuals it is necessary to have something in common with them. A person should choose friends equal and worthy, with whom he is united by common spiritual interests and views. It should be especially noted that in the current conditions, when*

humanity has entered a special era of its existence, in the era of globalization, it is extremely important to preserve and increase spiritual, moral and humanistic values.
Keywords: *valuable source, handwritten repositories, work, dynasty, printed edition.*

УДК 336.7

В творчестве Джами категория «дусти» - «дружба» имеет огромное значение[1]. Если «мухаббат» - не только принцип Веры, но и практический принцип жизни на пути осознания Сущего, то «дусти» - принцип наставления людей на путь познания Истины, практический ориентир достойных взаимоотношений между людьми.

Эти приоритеты в системе ценностей Джами несут двойную смысловую и практическую нагрузку. Приоритеты накшбандийского пути познания и жизни (а они взаимосвязаны) неотрывны от гуманистического миропонимания великого мыслителя.

Свои взгляды на дружбу Джами очень подробно излагает в первой тетради «Силсилат уз-захаб» и в пятой главе «Бахаристана», где наряду с понятием «мухаббат» анализируется верная, задушевная дружба, «дусти».

Как и все классики персоязычной литературы, Джами придавал исключительно большое значение выбору друзей.

Дружбе присущи добровольность и индивидуальная избирательность, в отличие от родства или солидарности, обусловленной принадлежностью к одной и той же социальной группе, одному роду–племени.

Джами подчеркивает, что при выборе друзей огромную роль играет сходство характеров и близость интересов.

Абдурахман Джами убеждает нас в том, что для дружбы с другими личностями необходимо иметь нечто общее с ними. Человеку следует выбирать друзей равных и достойных, с которыми его соединяют общие духовные интересы и взгляды.

«Ты дружбу не води с людьми глупей тебя,
Достойнейшим всегда внимай, благоговея.
И сам не докучай тем, кто мудрей тебя:
И мудрый хочет быть с тем, кто его мудрей»[2].

Свои взгляды на дружбу Джами очень подробно излагает в своей первой тетради «Силсилат уз-захаб», где мыслитель рисует идеи настоящей дружбы, образ искреннего и бескорыстного друга. Тем не менее, Джами настоятельно подчеркивает, что человеку следует скрывать свои тайные помыслы не только от врагов, но и от друзей, ибо в жизни дружба не редко кончается враждой, и друзья становятся врагами.

Трудно не согласиться со следующим выводом о том, что «сколько бы ни была дружба прочна и непрочна», лик любви может быть осыпан прахом. Когда это происходит неожиданно, многие теряют самообладание. Абдурахман Джами как эксперт рекомендует в таких случаях не забывать следующий весьма полезный и актуальный рецепт:

«Когда твой лучший друг тебе захочет злого,
С ним только разлучись, не надо зла другого.
Ни в пререкания, ни в тяжбу не вступай,
Путь примирения на век не закрывай»[3].

---

[1] Хусейнова А.А. «Общечеловеческие ценности в мировоззрении Абдурахмана Джами». Т., «MUMTOZ SOZ».2016. С. 92.

[2] Там же. С. 94.

[3] Хусейнова А.А. «Общечеловеческие ценности в мировоззрении Абдурахмана Джами». Т., «MUMTOZ SOZ». 2016. С.99.

Актуальны и злободневны данные строки в том отношении, что они раскрывают суть мудрого выхода из любого конфликта – всегда держать открытым путь примирения. В этом – не только этическое, но и подлинное социально-философское величие мыслей Джами.

Дружба между Абдурахманом Джами и Алишером Наваи была идеальная для подражания людей. Величайшие представители двух языков тюрского и персидского Алишер Наваи и Абдурахман Джами понимали важность и необходимость взаимного уважения к языку. Понимание важности этого вопроса явилось основой не только для повышения их творческого потенциала, но явилось основой дальнейшего развития тюрской и персидской литературы, культуры. В результате дружбы и сотрудничества, взаимопонимания мыслителей восточная литература пополнилась целым рядом произведений, основывающихся на новых подходах, а также новыми интерпретациями мира, отражения внутреннего духовного мира человека. Духовное родство, взаимопонимание, взаимодополняемость явились основой пересмотра теории литературы. Джами благодарил бога за то, что он жил и творил в одно время с Алишером Навои[1].

Джами высоко ценил, отдавал дань высокого уважения Навои в его борьбе против языковых преград и написал «где звучат, не угасая и сегодня, призыв к взаимопониманию и терпимости – двум составляющим формулы равенства людей и народов», однажды старец задал путнику вопрос, «Зачем ты с чужаком так искренен и прост? Промолвил тот: «Он тюрок, я таджик, но общей веры наш родной язык»[2].

Вера во всепобеждающую силу любви, справедливости, доброты, честности составляют основу синергетического единства. Известно, что великие произведения Абдурахмана Джами были написаны по просьбе Алишера Навои.

Как и другие этические мысли теоретика и практика в сфере общечеловеческих ценностей XV века, идея дружбы – «дусти» созвучна современности. Доказательством этого служит хотя бы тот факт, что мы часто встречаемся с такими теориями, дефинициями дружбы, которые напоминают, иногда даже совпадают с Джамийскими[3].

Таким образом, в системе ценностей философии Джами особое место занимают такие нравственные категории, как «дусти», «мухаббат», «адл». Они имеют непреходящее значение, и потому до сих пор релевантны наряду с другими нравственными и гуманистическими ценностями, такими как добро и зло, равенство, милосердие, справедливость и им подобные.

Особо следует отметить, что в нынешних условиях, когда человечество вступило в особую эпоху своего существования, в эпоху глобализации исключительно важное значение имеет сохранение и преумножение духовно-нравственных и гуманистических ценностей.

В условиях глобализации неизбежно влияние на жизнь нашего общества разрушительных социально-экономических потрясений, межнациональных конфронтаций, возникающих в жизни мирового сообщества. В связи с этим большую значимость в духовной сфере общества приобретает система общечеловеческих и национальных ценностей. Особенно это важно для воспитания молодежи, ибо от того, какими они войдут в жизнь, зависит будущее нашей страны.

---

[1] См.: Сирожиддинов Ш.С. Алишер Навоий манбаларнинг қиёсий-типологик текстологик таҳлили. Т., 2011. С. 236-238.

[2] Наджафов А. Подарок к сорокалетию (Опыт исследования поэтического толкования хадисов Джами и Навои) //Звезда Востока. №2. 2003.

[3] Хусейнова А.А. «Общечеловеческие ценности в мировоззрении Абдурахмана Джами». Т., «MUMTOZ SOZ». 2016. С.102.

Список литературы / References

1. *Сирожиддинов Ш.С.* Алишер Навоий манбаларнинг қиёсий-типологик текстологик таҳлили. Т., 2011. С. 236-238.
2. *Наджафов А.* Подарок к сорокалетию (Опыт исследования поэтического толкования хадисов Джами и Навои) // Звезда Востока. № 2, 2003.
3. *Хусейнова А.А.* «Общечеловеческие ценности в мировоззрении Абдурахмана Джами». Т. «MUMTOZ SOZ», 2016. С. 102.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ ЗАЕМНОГО КАПИТАЛА С ТОЧЕК ЗРЕНИЯ РАЗНЫХ АВТОРОВ

Ахтаова З.Р.
Email: Akhtaova1181@scientifictext.ru

Ахтаова Зарина Руслановна – студент,
кафедра учета и финансирования, факультет экономики,
Адыгейский государственный университет, г. Майкоп

Аннотация: *в статье раскрывается термин «заемный капитал» с точек зрения различных авторов. Сделаны выводы относительно экономической сущности.*
Ключевые слова: *заемный капитал, банковские кредиты, договор займа.*

THE ECONOMIC ESSENCE OF BORROWED CAPITAL FROM THE POINT OF VIEW OF DIFFERENT AUTHORS

Akhtaova Z.R.

Akhtaova Zarina Ruslanovna - Student,
DEPARTMENT OF ACCOUNTING AND FINANCE, FACULTY OF ECONOMICS,
ADYGHE STATE UNIVERSITY, MAYKOP

Abstract: *the article reveals the term "borrowed funds" from the point of view of various authors. Conclusions are made regarding the economic essence.*
Keywords: *borrowed capital, bank loans, loan agreement.*

УДК 336.027

Одной из главных задач хозяйствующего субъекта является разработка оптимальной структуры источников финансирования, то есть определение такого соотношения между собственным и заемным капиталом, которое с одной стороны обеспечит достаточную финансовую устойчивость, а с другой, позволит развиваться с максимально возможными темпами.

Закономерно, что важность и повсеместная актуальность данной темы породили множество научных работ, посвященных управлению капиталом организаций. Однако до сих пор не существует единого подхода к определению сущности заемного капитала.

Нет единого мнения о том, что такое заемный капитал, из чего состоит данный источник финансирования и является ли он источником финансирования или это обособленная часть имущества организации, сформированная за счет заемных средств. Очевидно, что данная тема обладает глубоким дискуссионным потенциалом.

Анализ позиций разных авторов позволил выявить, что большинство отечественных и ряд зарубежных экономистов отождествляют заемный капитал и заемные средства, считая их источником финансирования организации.

Данной точки зрения придерживается Крамаренко Т.В., трактующая заемный капитал как «совокупность заемных средств, авансированных в предприятие и приносящих прибыль» [3, с. 45], то есть заемный капитал фактически отождествляется с заемными средствами, которые вкладываются в предприятие, для получения положительного финансового результата.

Очевидным недостатком подобного толкования является попытка задать обязательной целью заимствований получение прибыли. По мнению автора данной работы, это несколько сужает возможные цели заимствований, так как наращение заемного капитала может быть связано с недостатком ликвидности и в таком случае целью является обеспечение текущей деятельность, а такая цель, как получение прибыли, отходит на второй план. Кроме того, в предложенном определении говорится о том, что заемные средства авансируются, что несколько сужает их применение. Считается, что процесс авансирования характерен для вложения средств в текущие активы, а вложение во внеоборотные активы является процессом инвестирования. Очевидно, что заемные средства могут, как авансироваться, так и инвестироваться.

В пользу отождествления заемного капитал и заемных средств высказывался также Бланк И.А. По мнению данного автора, «заемный капитал – привлекаемые для финансирования развития предприятия на возвратной основе денежные средства или другие имущественные ценности» [2, с. 416].

Таким образом, в данном определении заемный капитал рассматривается, как источник финансирования деятельности организации, что отождествляет его с заемными средствами. Также оговаривается возвратный характер заемного капитала организации, что играет важную роль в его идентификации.

Однако существуют и иные точки зрения. Лукаш Ю.А считает, что «заемный капитал — это часть стоимости активов организации, сформированная за счет обязательств (заёмных средств) организации перед другими организациями, физическими лицами, собственниками, своими работниками» [4, с.179]. Делая в данном определении разграничение между заемным капиталом и заемными средствами, автор выражает мнение, что они фактически являются зеркальными отражениями друг друга, с той разницей, что заемный капитал имеет имущественную форму, то есть является активом организации, а заемные средства, форму обязательств, то есть является пассивом организации, сформировавшим заемный капитал. Явным достоинством данной позиции является определение двоякой природы заемного капитала, однако, данное виденье, очевидно, идет в разрез с общепринятым.

Помимо вопроса о различиях заемного капитала и заемных средств, существуют дискуссии вокруг состава заемного капитала. Разброс мнений по данному вопросу достаточно широк.

Так, Марьин П.В. считает, что заемный капитал должен включать «в себя: кредиторскую задолженность, лизинговые договоры, кредиты банков и финансовых компаний, коммерческие бумаги и прочее» [5, с. 158-161]. Данное определение скорее походит на перечисление состава заемного капитала. При этом автор перечисляет основные элементы заемного капитала, учитывая такие спорные составляющие, как кредиторская задолженность.

Существуют и более узкие трактовки заемного капитала. Позняков В.В. определяет заемный капитал, как «капитал, образуемый за счет банковского кредита и средств, полученных от продажи выпущенных облигаций» [7, с. 47].

Данное определение отражает классический подход к рассмотрению заемного капитала организации, оставляя в его составе банковский кредит и средства, привлеченные с помощью выпуска долговых ценных бумаг.

Справедливым является отнесение к заемному капиталу всех источников образования имущества организации, отвечающих признакам займа. Данные признаки оговорены Гражданским кодексом Российской Федерации (ГК РФ). Так, согласно ГК РФ, «по договору займа одна сторона передает в собственность другой стороне деньги или другие вещи, определенные родовыми признаками, а заемщик обязуется возвратить займодавцу такую же сумму денег или равное количество других полученных им вещей того же рода и качества» [1]. Таким образом, одними из основных признаков займа являются его возвратность и срочность. Там же оговорено, что «если иное не предусмотрено законом или договором займа, займодавец имеет право на получение с заемщика процентов на сумму займа в размерах и в порядке, определенных договором», то есть еще одним из признаков займа является его возможная платность.

Таким образом, для отнесения источника финансирования деятельности предприятия к заемному капиталу в нем должны реализовываться следующие основные принципы:

возвратность, срочность и платность.

Опираясь на вышеперечисленные определения, можно сделать вывод, что заемный капитал является частью капитала предприятия, которая получена в результате заимствования финансовых ресурсов у внешних источников и подлежит возврату.

Правомерность отождествления заемного капитала и заемных средств справедлива. Можно заключить, что заемный капитал имеет двоякую природу: с одной стороны, заемным капиталом можно считать ту часть имущества организации, которая сформирована за счет заемных источников —заемных средств. С другой стороны, сами заемные средства можно рассматривать, как заемный капитал в его финансовом смысле. Таким образом, можно прийти к выводу, что заемный капитал в его финансовом смысле и заемные средства в смысле общепринятом, то есть, как заемный по отношению к хозяйствующему субъекту источник финансирования, являются синонимами.

Список литературы / References

1. Федеральный закон «О бухгалтерском учете» от 06.12.2011 № 402-ФЗ (ред. от 26.07.2019).
2. *Бланк И.А.* Основы финансового менеджмента. Т. 1. К.: Ника-Центр, 2017. 592 с.
3. *Бычкова С.М., Фомина Т.Ю.* Аудит кредитов, займов и средствцелевого финансирования // Аудиторские ведомости, 2007. № 11. С. 45.
4. *Василевич И.П.* Аудиторская проверка учета кредитов и займов // Бухгалтерский учет, 2000. № 18. С. 179.
5. *Верещагин С.А.* Новые правила учета займов и кредитов // Налоговый учет для бухгалтера, 2009. № 1. С. 158-161.
6. *Залиева С.Р., Мусаева А.М.* Некоторые пути совершенствованияучета заемного капитала // Современные проблемы АПК и перспективы его развития: конф. (Махачкала, 22 декабря 2016 года). Махачкала: Изд-во Дагестанский государственный аграрный университет, 2017. С. 221–226.

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ

Мукумова Н.Н.

Email: Mukumova1181@scientifictext.ru

Мукумова Наргис Нуриддиновна - самостоятельный соискатель,
Международный университет туризма «Шелковый путь»,
г. Самарканд, Республика Узбекистан

Аннотация: *в статье рассмотрены особенности системы образования в условиях формирования цифровой экономики в Узбекистане. Раскрывается сущность понятия цифровой экономики, информационно-коммуникационных технологий. Выделены основные направления внедрения информационных технологий в систему образования. Затронута тема государственного регулирования и обеспечения цифровизации сферы образования, выделены основные направления.*

Ключевые слова: *цифровизация, цифровая экономика, высшее образование, информационные технологии.*

HIGHER EDUCATION IN THE ERA OF DIGITALIZATION

Mukumova N.N.

Mukumova Nargis Nuriddinovna - independent Applicant,
INTERNATIONAL UNIVERSITY OF TOURISM "SILK ROAD",
SAMARKAND, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *the article examines the features of the education system in the context of the formation of the digital economy in Uzbekistan. The essence of the concept of digital economy, information and communication technologies is revealed. The main directions of the introduction of information technologies into the education system are highlighted. The topic of state regulation and digitalization of the education sector was touched upon, the main directions were highlighted.*
Keywords: *digitalization, digital economy, higher education, information technology.*

Начало XXI века характеризуется прорывным развитием цифровых технологий, революцией в пространстве информации и ускорением процессов глобализации экономики. Усложнение общественных структур и отношений, основой которых все чаще выступают современные цифровые технологии, выдвигает на первый план необходимость формирования экономики нового типа, основным инструментом которой выступают цифровые технологии. Именно экономику такого типа принято в современной литературе обозначать таким понятиями как «цифровая экономика» и «цифровизация».

Исследованием этих понятий занимались многие зарубежные ученые, среди которых Д. Белл, Ф. Вебер и Д. Боде, Махлуп, А. Риис, А. Тофлер, Х. Ханамари и Д. Вада, К. Эрроу. В мире впервые понятие «цифровизация» было введено канадским ученым Доном Тапскоттом в его книге «Электронно-цифровое общество: Плюсы и минусы эпохи сетевого интеллекта» в 1995 году [3, с. 102].

На сегодняшний день термин «цифровизация» имеет смысл рассматривать в узком и широком смысле. Под цифровизацией в узком смысле понимается преобразование информации в цифровую форму, которое предполагает снижение издержек, появление новых возможностей. Под цифровизацией в широком смысле понимается современный общемировой тренд развития экономики и общества, который основан на преобразовании информации в цифровую форму, что должно приводить к повышению эффективности экономики и улучшению качества жизни.

Начало 2020 года вновь заставило весь мир обратиться к вопросу цифровизации образования. Данный интерес связан с существенным научно-техническим прогрессом в цифровой области, а также с появлением коронавирусной инфекции «COVID-19», которую в кратчайшие сроки признали пандемией. В настоящее время образование будущего переживает цифровую трансформацию, выходит за временные рамки жизни, за рамки учебных учреждений с использованием уникальных возможностей сетевых и цифровых технологий, с вовлечением в образовательный процесс всех прямых и косвенных участников. Меняется роль педагога в эпоху цифровой экономики, возникают новые формы взаимодействия между педагогом и обучающимся, так называемое сетевое взаимодействие [4, с. 137].

Сегодня в условиях Узбекистана изучение на научной основе законов, тенденций и возможностей развития цифровой экономики, в частности степени проникновения современных информационных технологий в различные сектора экономики, приобретает особую актуальность. Успех широкомасштабных реформ, проводимых в стране, напрямую зависят от внедрения новых инноваций в национальную экономику. Поэтому играет важную роль совершенствование цифровой экономики и научное исследование ее социальных, экономических, политических и правовых основ. Согласно индексу сетевой активности (Networked Readiness Index- комплексный показатель, характеризующий уровень развития информационно-коммуникационных технологий в странах мира), предложенный Всемирным экономическим форумом для оценки готовности стран у цифровой экономики

Узбекистан в данном рейтинге среди 121 государств занимает 83 позицию. Однако, по мнению специалистов, Узбекистан имеет потенциал для увеличения скорости цифровизации.

В своем Послании Олий Мажлису Президент Республики Узбекистан Шавкат Мирзиёев в качестве приоритетной задачи определил широкое внедрение цифровых технологий во всех сферах социально-экономической жизни страны [1, с. 3]. Так, Государственная программа, принятая в рамках Года развития науки, просвещения и цифровой экономики, предусматривала разработку в стратегии “Цифровой Узбекистан - 2030”.

Сегодня цифровая экономика обеспечивает до 15,5 процента мирового валового внутреннего продукта. За последние 15 лет цифровая экономика растет в 2,5 раза быстрее глобального ВВП. В нашей стране намечено вдвое увеличить объем валового внутреннего продукта. Отправным шагом на пути формирования, внедрения и развития цифровизации как нового инновационного компонента экономики стало принятие постановления Президента Республики Узбекистан Ш.М. Мирзиёевым от 3 июля 2018 года № ПП– 3832 «О мерах по развитию цифровой экономики в Республике Узбекистан». По сути, этот документ представляет собой всестороннюю стратегию развития информационных технологий в стране на ближайшее десятилетие [2, с. 36].

Ближайшее десятилетие должно стать эпохой перемен в высшем образовании, реформа цифровизации образования предполагает оснащенность образовательных учреждений современной техникой, а именно компьютерами с возможностью подключения к сети Интернет, информационными системами, позволяющими получать доступ к образовательным ресурсам, результаты современных научных исследований и разработок, электронным научным библиотекам на различным языках мира.

Цифровизация дает возможность для быстрого и качественного развития образовательного, научного контента, связанного с инновационными технологиями.

Это, в первую очередь создание цифровых электронных учебников, учебных пособий и другой учебной литературы, а также перевод всей мониторинговой учебной системы в цифровой формат.

Во-вторых, цифровизация онлайн-обучения даст весомые и ожидаемые результаты как субъектам, так и объектам процесса обучения. Есть полная уверенность в том, что подготавливаемые на основе цифровых технологий кадры станут профессиональными лоцманами нашей экономики в конкурентной среде глобального рынка.

Цифровизации образования ведет к серьезным изменениям на рынке труда и ориентирована на реорганизацию образовательного процесса, переосмысление роли педагога. С одной стороны, цифровизация подрывает унаследованную из прошлого методическую основу школы, которая доказала свою эффективность, но с другой, порождает доступность информации в различных ее формах. Однако доступность информации потребует от педагогов и обучающихся постоянного поиска и выбора релевантного и интересного контента, а также высокой скорости обработки получаемой информации. И если дети быстро адаптируются к цифровой среде, формируя первоначальные навыки и умения использования цифровых технологий, то про людей старших поколений этого сказать нельзя.

Таким образом, обобщив все вышесказанное можно сделать вывод: Цифровая компетенция – вот основное требование, предъявляемое к подготовке высококвалифицированных кадров в учреждениях высшего образования. Это является краеугольным камнем цифровизации экономики. Не секрет, что проблема нехватки квалифицированных кадров в сфере цифровизации довольно острая. Необходимо, чтобы работала система «Цифровая школа» и как ее последующий этап – «Цифровая высшая школа». Ведь именно на этих двух этапах образования строится вся цифровая инфраструктура общества и, в частности, экономики.

Список литературы / References

1. Послание Президента Республики Узбекистан Шавката Мирзиёева Олий Мажлису от 24 января 2020 года. "Народное слово". 25 января 2020.
2. *Турсунходжаев М.Л., Тарахтиева Г.К.* Цифровая экономика как новая форма инновационных экономических отношений Республики Узбекистан // Вестник науки и образования, 2019. № 10 (64). Часть 4. С. 35-37
3. *Камнева В.В., Коняева Е.А.* Цифровая экономика в образовании // Вопросы студенческой науки, 2018. № 3 (19) март. С. 101-105.
4. *Коняева Е.А., Коняев А.С.* Дистанционные образовательные технологии в условиях сетевого взаимодействия // Вестник учебно-методического объединения по профессионально-педагогическому образованию, 2015. № 2 (49). С. 135-140.

МЕДИЦИНСКИЕ НАУКИ

ПРОФИЛАКТИКА ТРАВМАТИЗМА В БАСКЕТБОЛЕ

Шагалова А.А.
Email: Shagalova1181@scientifictext.ru

Шагалова Александра Александровна – студент,
лечебный факультет,
Бюджетное учреждение высшего образования
Ханты-Мансийская государственная медицинская академия, г. Ханты-Мансийск

Аннотация: *в статье проведен анализ травматизма спортсменов в условиях игровой деятельности. Изучены основные причины травматизма в игровых видах спорта. Выдвинут ряд положений и рекомендаций по профилактике травматизма баскетболистов в системе тренировочного процесса.*
Ключевые слова: *физическая культура, баскетбол, профилактика, травматизм, физическая подготовка.*

INJURY PREVENTION IN BASKETBALL

Shagalova A.A.

Shagalova Alexandra Alexandrovna – Student,
MEDICAL FACULTY,
BUDGETARY INSTITUTION OF HIGHER EDUCATION
KHANTY-MANSIYSK STATE MEDICAL ACADEMY, KHANTY-MANSIYSK

Abstract: *the article analyzes the traumatism of athletes in the conditions of playing activity. The main causes of injuries in team sports have been studied. A number of provisions and recommendations for the prevention of injuries in basketball players in the training process are put forward.*
Keywords: *physical culture, basketball, prevention, injuries, physical training.*

УДК 61

Физическая культура – часть общей культуры общества, одна из сфер социальной деятельности, направленной на укрепление здоровья, развитие физических способностей человека и использование их в соответствии с потребностями общественной практики [1].

В настоящее время сложилось представление о физической культуре как общественной и индивидуальной ценности, что позволяет понять новые тенденции развитии общественного мнения и личностных мотиваций к освоению ценностей физической культуры всеми и каждым [5].

Занятия спортом всегда сопровождаются травмами той или иной степени.

Изучение данного фактора является основополагающей задачей, при систематизации процесса занятий всех видов спортивных дисциплин.

В настоящее время в спорте обозначились новые направления совершенствования методов управления учебно-тренировочными программами и профилактики травматизма, основанные на акцентировании внимания на общую физическую подготовленность спортсменов [2].

Анализ травматизма в игровых видах спорта указывает на нерешенность ряда проблем, связанных с его профилактикой и управлением физическим потенциалом спортсменов.

Статистика показывает, что в игровых видах спорта (баскетбол, волейбол, футбол и др.) наибольший травматизм у спортсменов наблюдается в соревновательный период. Общий характер травматизма в игровых видах определен следующими показателями [3]:

- ушибы;

- голеностопный сустав;
- коленный сустав;
- пояснично-крестцовый отдел позвоночника;
- паховые мышцы бедра;
- вывихи пальцев кисти.

Причинами спортивного травматизма в игровых видах спорта, при которых возникают травмы, весьма разнообразны. Хотелось бы подчеркнуть, что основными причинами травматизма в игровых видах является:

1. Неправильная организация учебно-тренировочных занятий, соревнований и недостатки в методике их проведения:

- недостаточный уровень теоретической и методической подготовки;
- тренера;
- нерациональное расписание учебно-тренировочных занятий;
- отсутствие постепенности в повышении нагрузки;
- недостаточная разминка
- несоблюдение правил соревнований и низкое качество судейства.

2. Неудовлетворительное состояние мест занятий и неблагоприятные условия проведения занятий:

- плохое состояние спортивной площадки (неровное покрытие, мокрый, скользкий пол, наличие посторонних предметов и т.п.);
- несоблюдение гигиенических норм освещенности, вентиляции, температуры воздуха, слишком высокая или низкая температура воздуха, дождь и т.п.

3. Неудовлетворительное состояние оборудования, спортивного инвентаря, одежды и обуви спортсмена:

- жесткие (перекачанные) мячи;
- спортивная обувь не соответствует размеру стопы и имеет скользкую подошву;
- спортивная одежда не соответствует росту занимающихся (слишком длинная или короткая, сковывающая движения);
- недостаточно надежная установка и крепление щитов и др.

4. Нарушение правил врачебного контроля:

- допуск спортсменов к тренировкам и соревнованиям без медицинского освидетельствования;
- несоблюдение принципа распределения занимающихся в соответствии с состоянием здоровья, степени подготовленности, пола и возраста;
- отсутствие постоянного и систематического врачебного контроля за состоянием здоровья баскетболистов в течение годичного цикла тренировок.

Анализ травматизма в системе подготовки и проведения игр в баскетболе определяется присущими ей факторами риска. Внезапные рывки, остановки, ротация скорости и курса движения, многочисленные прыжки, прямой контакт с соперником обуславливают большую нагрузку на к опорно-двигательный аппарат (суставы, связки, мышцы).

Исходя из статистики, уязвимыми местами опорно-двигательного аппарата баскетболистов, являются коленный и голеностопный суставы, кисть и поясничный отдел позвоночника, также травмы менисков, крестообразных и боковых связок коленного сустава.

Разрывы ахиллова сухожилия, подкожные разрывы сухожилий четырехглавой мышцы бедра, травмы в области икроножной мышцы. Переломы длинных трубчатых, вывихи в области пальцев при перехвате мяча, при ловле сильной передачи. Хотелось бы подчеркнуть, что наибольшее количество травм приходится на соревновательный период.

Изучение травматизма в баскетболе было бы неполным, не обозначив путей минимизации данного фактора. Один из эффективных путей регулирования данного аспекта, является использование изометрического комплекса упражнений в процессе физической подготовки баскетболистов. На данный момент баскетбол предъявляет не малые требования к физической подготовленности спортсмена [4].

Постоянные динамические нагрузки, которые преодолевает баскетболист, в процессе подготовительной и соревновательной деятельности, имеют разрушающий характер. Постоянные прыжки, борьба за мяч под щитом, игровые столкновения испытывают на прочность суставы, мышцы и связки баскетболиста. И если какое-нибудь физиологическое звено тела баскетболиста не приспособлено к такой нагрузке, случаются очень тяжелые травмы: разрыв мениска или ахиллового сухожилия; растяжения паховых мышц; повреждения голеностопного, коленного и тазобедренного суставов; разрывы связок и мышц других звеньев тела.

Данные травмы на долгое время выводят баскетболиста из строя. Длительное лечение негативно сказывается на игровой потенциал спортсмена, а в некоторых случаях баскетболист вынужден покинуть спорт из-за тяжелой травмы.

Структурирование тренировочного процесса, исходя из выполнения упражнений в изометрическом режиме, формирует предпосылки для укрепления костной ткани, мышц и сухожилий, особенно местах, которые в наибольшей степени подвергаются постоянной нагрузке.

Лучший способ избежать травм - непременно делать обстоятельную разминку и растягивание перед тренировкой.

Часто мышцы набирают силу быстрее, чем сухожилия, и поэтому возникает дисбаланс, который может привести к неприятным последствиям.

Необходимо также постоянно предохранять некогда травмированные области - перед занятиями спортом накладывать повязки. Самый надёжный и проверенный способ – применение эластичного бинта.

Ни одна модель баскетбольных кроссовок не гарантирует полной защиты, поэтому рекомендуется использовать дополнительные меры защиты голеностопа. Лучший вариант – тренировка связок голеностопа и тейпирование.

Тейп (англ. tape – лента) – это некое подобие рулона лейкопластыря. Тейпирование – соответственно, наматывание тейпа на проблемный участок, сустав или мышцу.

Тейпирование применяется для ограничения подвижности сустава или исключения из работы поврежденных групп мышц у спортсменов. В итоге сустав оказывается, в «коконе» из защитного материала, и свобода движения сустава ограничивается в пределах, в которых это движение не вызывает травмы. Особенное внимание уделяется движению «на подвывих» ноги вовнутрь. Рекомендуется использовать эластичный бинт. Важно, чтобы он был не «резиновым», а хлопчатобумажным. Бинт наматывается так называемой «восьмеркой», то есть «крест-накрест». Закрепляется бинт на стопе кольцом из лейкопластыря.

Правильное применение эластичных бинтов по эффекту ничем не уступает тейпированию.

Не следует пренебрегать посттренировочным растягиванием, которое всегда выполняется в конце занятия. Эти упражнения повторяют программу статического или пассивного растягивания. Они позволят мышцам лучше расслабиться и быстрее восстановиться.

При изометрическом режиме работы увеличивается площадь костной бугристости, то есть тех мест, где прикрепляются сухожилия. В результате этого возрастает площадь соприкосновения между костной бугристостью и поверхностью сухожильного комплекса, что снижает вероятность получения травм [4].

Таким образом, хотелось бы подчеркнуть, что вышеупомянутые предложения могут быть полезны в процессе физической подготовки как спортсменов баскетболистов, так и людей, занимающихся динамическими видами спорта.

Список литературы / References

1. *Алабин В.Г.* Комплексный контроль в спорте // Теория и практика физической культуры, 2009. № 3. С. 43-45.
2. *Бахрах И.И.* Спортивно-медицинские проблемы биологического возраста подростков: автореф. дис. ...д-ра мед. наук. М., 1980. 43 с.
3. *Лагуткина И.А.* Технология оптимизации тренировочных нагрузок на занятиях физической культурой со студентами неспециализированного вуза: автореф. Дис. ...канд. пед. наук. Волгоград, 2004. 23 с.
4. *Степанов К.С., Коняхина Г.П.* Травматизм в баскетболе и его профилактика. Челябинск, 2012.
5. *Шулятьев В.М., Побыванец В.С.* Физическая культура студента. Учебное пособие. М.: Изд. РУДН, 2012. С. 5-6.

ТРАВМАТИЗМ В ПЛАВАНИИ. ОБЩИЙ ОБЗОР ТРАВМ РАЗЛИЧНЫХ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ОРГАНИЗМА

Коротких Р.В.
Email: Korotkikh1181@scientifictext.ru

Коротких Роман Владимирович – студент,
лечебный факультет,
Ханты-Мансийская государственная медицинская академия, г. Ханты-Мансийск

Аннотация: *в данной статье производится общий анатомо-топографический и физиологический обзор травм при занятии таким видом спорта, как плавание. Несмотря на то, что плавание признано менее травматичным видом спорта и имеет направление в лечебной профилактике, это не говорит о том, что спортсмены, которые занимаются данным видом спорта, не травмируются. В основном выделяют следующие травматические зоны у спортсменов-пловцов: мышечная система, суставные соединения и поверхности и нарушение работы ЛОР органов.*
Ключевые слова: *спорт, плавание, пловцы, воспаления, травмы, травматизм.*

SWIMMING INJURIES. GENERAL OVERVIEW OF DAMAGE TO VARIOUS PHYSIOLOGICAL SYSTEMS OF THE BODY

Korotkikh R.V.

Korotkikh Roman Vladimirovich - Student,
MEDICAL FACULTY,
KHANTY-MANSIYSK STATE MEDICAL ACADEMY, KHANTY-MANSIYSK

Abstract: *the article provides a general anatomical, topographic and physiological overview of injuries in sports such as swimming. While swimming is recognized as a less traumatic sport and is aimed at therapeutic prevention, this does not mean that athletes who practice this sport are not injured. Basically, among athletes-swimmers, the following traumatic zones are distinguished: the muscular system, joints and surfaces affected by the ENT organs.*
Keywords: *sports, swimming, swimmers, inflammations, injuries, injuries.*

УДК 616-001

Актуальность. Произведение обзора травм спортсменов-пловцов, из-за общего мнения о том, что плавание является менее травматичным спортом или вообще таковым не является. Объяснение всех сопутствующих симптомов при той или иной травме с анатомо-топографической и физиологической точки зрения.

Цель. Суметь правильно интерпретировать факты, связанные с симптоматикой травм и использовать навыки и компетенции, полученные за курс Анатомии. Изучить физиологические нормы спортсменов-пловцов. Выяснить, что является наиболее не износостойким в организме пловцов.

Методы - Познавательный - изучение научной и публицистической литературы, по исследуемым вопросам. Изучение и обработка информации с телекоммуникационной сети «Интернет»; дедукция; индукция.

Задачи: провести обзор литературы, касаемо спортивной медицины и травм; произвести исследования, имея знания с курса Анатомии, согласно строению и функциональности физиологических систем; определение круга самых травматичных зон у спортсменов-пловцов.

Плавание - это циклический вид спорта с упражнениями локомоторного (переместительного) характера, т.е. упражнениями относительно постоянных структуры и мощности, которые как правило оздоровительные программы с целью профилактики ряда заболеваний сердечно-сосудистой, дыхательной систем, а также с лечебной целью [1, 3].

Плавание рассматривается как вид спорта, где вариабельна дистанционная возможность - от 50 до 1500 м. Осуществляется в водной среде, где температура 25,5 - 28,5 градусов по Цельсию [3].

Плавание характеризуется горизонтальным положением тела пловца, что влияет на работу сердечной и дыхательной систем организма - не тратится энергия на поддержание тела в вертикальном положении, что позволяет пловцу длительно выполнять большой объём работы. Основной критерий пловца - плавучесть, которая зависит от техники выполнения движений, веса спортсмена и соотношения мышечной и жировой ткани.

У спортсменов-пловцов отмечаются следующие физиологические показания:

- Частота дыхания во время плавания - 30-45 экс. мин;
- Легочная вентиляция - 90 - 100 и более литров в минуту;
- Поглощение кислорода - 5.0 - 5,5 л.;
- Максимальное потребление кислорода: у мужчин - 4200-4800 ккал., у женщин - 3600-4100 ккал.;
- Лактат (после соревнований) может составлять 14-16 и более ммоль/л (при физиологической норме у человека не менее 2,5 ммоль/л);
- Красная кровь в норме, хотя при интенсивных тренировках возможен спад гемоглобина, в точности развитие анемии [3].

Если рассматривать деятельность плавания с анатомо-топографической точки зрения, то можно выделить следующие физиологические системы, которые принимают активное участие в работе: мышечная система, суставы, вегетативные системы: сердечная и дыхательная [4].

И если начать рассматривать каждую систему в отдельности, то можно увидеть, как данный вид спорта травмирует данную систему. Чтобы начать рассматривать частные разделы нужно идти от общего, что касается всех спортсменов - это перетренированность [4].

Перетренированность - это патологическое состояние. проявляющееся дизадаптицей, нарушением достигнутого в процессе тренировки уровня функциональной готовности, изменением регуляции деятельности систем организма, оптимального взаимоотношения между корой головного мозга и нижележащими отделами нервной системы, двигательным аппаратом и внутренними органами. В основном перетренированность делят на две типа. В таблице ниже отображены характеристики и кто в основном подвержен [4].

Таблица 1. Перетренированность

I типа	**II типа**
Организм спортсмена постоянно находится в состоянии напряжения; Неэкономное потребление энергии при недостаточной скорости восстановительных процессов.	Основу составляет переэкономизация обеспечения мышечной деятельности; В результате больших физиологических возможностях и почти полном отсутствии патологических симптомов, спортсмен не способен показать большие результаты.
Подвергаются чаще молодые спортсмены. Виды спорта: силовые и скоростно-силовые, трудные технические виды, спортивные игры, циклические виды в период повышения интенсивности нагрузок.	Преимущественно наблюдается у спортсменов возрастных групп, высококвалифицированных. Виды спорта в которых тренируется выносливость.

Если произвести итог на тему, то понятно, что основной проблемой травматизма у пловцов является перетренированность (II тип), так как требуется длительная работа мышечной деятельности при одолевании больших дистанций [4].

Первым, что можно рассмотреть в плане травматизма - это мышечная система пловцов. В данном вопросе будет более актуальным рассматривать в этой системе, такие понятия как боль в мышцах и судороги. Данные проявления, надо сразу оговорить, встречается не только у пловцов, а также лыжников-гонщиков, бегунов-стайеров, футболистов и др. Для боли в мышцах характерны следующие причины:

Накапливания лактата, вследствие нарушения мышечного кровотока, гипоксиии мышц, что увеличивает содержание молочной кислоты, мочевины, гистамина. Данные накопления неблагоприятно влияют на сократимость мышц и их сокращение [3].

Перетренированность. В данном случае происходят мышечные «контрактуры», уплотнения в мышцах, что ведет к гипоксии, гипертонусу мышц и нарушению мышечного тонуса [3].

Судорога подразумевает под собой внезапное непризвольное сокращение мышц, при перетренированности, нарушении обмена веществ, при больших потерях жидкости. Данное явление охватывает либо работу одной конкретной мышцы, либо всей группы. Причиной судорог у плоцов является резкая смена температурного режима, в точности начинание тренировки в холодной воде [3].

В плавании основными группами мышц являются: длинные мышцы спины, прямая мышца живота, группа разгибателей бедра и сгибателей голени. Их выделяют, так как в основном болевые ощущение происходят в этих областях [2].

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что суставы, из-за связанной работы с мышцами, принимают важную роль в данном спорте. Так как более сильно развиты мышцы в районе спины и плеча, то соответственно работа в основном будет приходиться на плечевой сустав. В спортивной медицине травматизм плечевого сустава у пловцов называют «плечо пловца». Под данным термином понимают собирательное название болевых ощущений в районе плеча у пловцов. Если рассматривать сустав с анатомо-топографической стороны, то он это шаровидный сустав, представленный суставными поверхностями головки плечевой кости и лопатки. Для устойчивости и стабильности сустава, он покрыт суставными губами. В верхней части суставной губы, вплетая в нее свои волокна, прикрепляется сухожилие длинной головки двуглавой мышцы плеча Суставные поверхности плечевого сустава упакованы в суставную сумку, которая представлена суставной капсулой и связками. Над капсулой лежит слой мышц, называемый — вращательной манжетой. В состав вращательной манжеты входит 4 мышцы, являющиеся стабилизаторами плеча и осуществляющие определенные движения: подлопаточная — приводит плечо к туловищу и осуществляет внутреннее вращение плеча; надостная - отводит руку (подъем руки через сторону), синергист дельтовидной мышцы; подостная — вращает плечо кнаружи; малая круглая - также вращает плечо кнаружи, оттягивая его назад. Над этим слоем уже лежит поверхностный слой – дельтовидная мышца. В суставе выделяют два этажа: полость сустава, что описано выше и субакромиальное пространство. Субакромиальное пространство ограничено снизу надостной мышцей, сверху акромиальным отростком лопатки и заполнено синовиальной сумкой [6].

Разобравшись с анатомической составляющей, можно рассматривать сустав с точки зрения травматизма. Первое место будет занимать - это бурситы (воспаления синовиальных сумок), а в конкретном случае бурсит субакромиального пространства, и тендиниты - тендинит длинной головки двуглавой мышцы. Второе - капсулит и синовит - воспаления капуслы и стенок самого сустава. Третье - Pulley синдром — повреждение удерживателей бицепса, что приводит к вывиху сухожилия из борозды; Slap-синдром — отрыв суставной губы в месте прикрепления к ней длинной головки бицепса. Помимо этих травматических травм выделяют травмы связанные с акромиаоном лопатки: При определенном строении акромиального отростка он может сдавливать надостную мышцу, так называемый импиджмент-синдром и артроз акромиально-ключичного сочленения – сустава, образованного в месте соединения ключицы с акромиальным отростком [6].

Если продолжать рассматривать суставной травматизм спортсменов-пловцов, то надо выделить коленный сустав. Все, что было описано выше, применимо ко многим спортсменам-пловцам, а вот именно травмы коленого сустава, встречаются у спортсменов, использующие активно нижнюю конечность, у пловцов это брассисты, синдром так и называют «колено пловца» или «колено брассиста». Данный синдром обусловлен растяжением медиальной коллатеральной связки коленного сустава при чрезмерных нагрузок во время тренировки [7].

Также не стоит забывать про суставные соединения позвоночниками, в особенности в районе поясничного отдела. Патология же позвоночника у пловцов, как правило, имеет врожденный характер в виде переходного позвонка, аномалии боковых масс крестцовых позвонков, незаращения дужек L-5 и S1, аномалии тропизма и т. п. Поясничные боли у пловцов в таких случаях появляются на фоне больших тренировочных нагрузок. Появление поясничных болей можно объяснить срывом адаптационных механизмов и недостаточно полной реализацией механизмов компенсации, несоответствием уровня физических нагрузок функциональным возможностям позвоночника с его капсульно-связочным, суставным и нервно-мышечным аппаратам [8].

Также особо важно принять факт о наличии ЛОР-заболеваний пловцов. Это обусловлено тем, что происходит большая потребность в кислороде для энергообеспечения, что ведет к значительному увеличению дыхательных объёмов, что предъявляет высокие по требования к транспортной способности верхних дыхательных путей и их функциональному состоянию. Если рассматривать статистику по ЛОР-заболеваемости у пловцов, то выделяют: тонзиллит - до 50%, аденоидиты - до 37 %, острые и хронические риниты до 25%, синуситы до 10 %, а такжзе часто встречаемое именно у пловцов это острый наружный отит или «ухо пловца» [5].

Если рассматривать синдром «ухо пловца», то он обусловлен попаданием грязной воды в слуховой проход, что ведет к уменьшению объёма серы в ушной раковине. Ушная сера требуется, чтобы защищать от инфицирования, так как имеется умеренный уровень pH, помимо прочего содержит лизоцим, ингибируя тем самым размножение и распространение болезнетворных организмов. Основной причиной обычно становится синегнойная палочка, золотистый и эпидермальный стафиллокки, стрептококки, реже заболевание вызывается грибками [9].

Список литературы / References

1. *Коц Я.М.* Спортивная физиология. Учебник для институтов физической культуры. М.: Физкультура и спорт, 1986. 239 с.
2. *Макарова Г.А.* Спортивная медицина. М., 2003. 478 с.
3. *Смирнов В.М., Дубровский В.И.* Физиология физического воспитания и спорта. М.: Владос-Пресс, 2002. 584 с.
4. *Солодков А.С., Сологуб Е.Б.* Физиология человека. Общая. Спортивная. Возрастная. М.: Спорт, 2016. 624 с.
5. *Федин А.В., Починина Н.К., Лиманский С.С.* Заболевания ЛОР органов у спортсменов-пловцов // Российская ринология, 2010. № 3. С. 62-63.
6. Плечо пловца. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://stoneforest-ru.turbopages.org/stoneforest.ru/s/look/allabout/health/plecho-plovca/?turbo_uid=AACB2bZhax6pFEwwvWaUTo9k8OhfpX0Cim7nhWolThpiQO_qC5Ofk3eL_4DYPDSNL7LcvhbW0OQg9AHrKWojryelEJaYvJ2A1JGQCOwxtOJJfQ%2C%2C&turbo_ic=AADl2BZKhK6Z5sVLmn6sLSLXW64fKqz-g-kcestADNbPeOA_js0AlqKYi01zE27ws0NSf_FDVBReMNudGUMlqdd1yVj8RnUYgs79JzvUq_7N1w%2C%2C&sign=e95c963a4af997b6b80313e62ec7fe226139b8f2d7c162f4c4225d872a512e06%3A1623078260&parent-reqid=1623078260777329-4564776964849310196-balancer-knoss-search-yp-vla-5-BAL-9593&trbsrc=wb/ (дата обращения: 03.04.2021).
7. Ребёнок в спорте. «Профессиональные» болезни пловоцв: симптомы, диагностика, лечени. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://rebenokvsporte.ru/bolezni-plovtsov-simptomy-diagnostika-lechenie/ (дата обращения: 22.04.2021).
8. Meduniver.com все о медицине. Травмы в плавании. Хронические травмы в плавании [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://meduniver.com/Medical/Xirurgia/1637.html/ (дата обращения: 15.04.2021).
9. Москва. Ухо пловца (диффузный наружный отит). [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://meduniver.com/Medical/Xirurgia/1637.html/ (дата обращения: 4.05.2021).

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»

АДРЕС РЕДАКЦИИ:
153008, РФ, Г. ИВАНОВО, УЛ. ЛЕЖНЕВСКАЯ, Д. 55, 4 ЭТАЖ
ТЕЛ.: +7 (915) 814-09-51

HTTPS://3MINUT.RU
E-MAIL: INFO@P8N.RU

ТИПОГРАФИЯ:
ООО «ПРЕССТО».
153025, Г. ИВАНОВО, УЛ. ДЗЕРЖИНСКОГО, Д. 39, СТРОЕНИЕ 8

ИЗДАТЕЛЬ
ООО «ОЛИМП»
УЧРЕДИТЕЛЬ: ВАЛЬЦЕВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ
108814, Г. МОСКВА, УЛ. ПЕТРА ВЯЗЕМСКОГО, 11/2

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»
HTTPS://WWW.SCIENCEPROBLEMS.RU
EMAIL: INFO@P8N.RU, +7(915)814-09-51

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «НАУКА, ТЕХНИКА И ОБРАЗОВАНИЕ»
В ОБЯЗАТЕЛЬНОМ ПОРЯДКЕ РАССЫЛАЕТСЯ:

1. Библиотека Администрации Президента Российской Федерации, Москва;
Адрес: 103132, Москва, Старая площадь, д. 8/5.
2. Парламентская библиотека Российской Федерации, Москва;
Адрес: Москва, ул. Охотный ряд, 1
3. Российская государственная библиотека (РГБ);
Адрес: 110000, Москва, ул. Воздвиженка,3/5
4. Российская национальная библиотека (РНБ);
Адрес: 191069, Санкт-Петербург, ул. Садовая, 18
5. Научная библиотека Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова (МГУ), Москва;
Адрес: 119899 Москва, Воробьевы горы, МГУ, Научная библиотека

ПОЛНЫЙ СПИСОК НА САЙТЕ ЖУРНАЛА: HTTPS://3MINUT.RU

9 772312 826005

ЦЕНА СВОБОДНАЯ